

Paryż zaprasza mistrzów

XVII Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych

I Mistrzostwa Polski w GMiL

– Pierwszy etap 2002/2003

W końcu sierpnia 2003 roku odbędzie się w Paryżu finał XVII Międzynarodowych Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych. Eliminacje, organizowane przez Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej i Oddział Wrocławski Polskiego Towarzystwa Matematycznego wyłonią kilkunastoosobową reprezentację Polski na finał paryski. Zapraszamy miłośników matematyki oraz tych, którym logiczne myślenie sprawia przyjemność i satysfakcję - do interesującego konkursu i wspólnej, intelektualnej przygody.

Informujemy, że od tej edycji nasz Konkurs nazywamy również Mistrzostwami Polski w GMiL ze zmienionym, w stosunku do poprzednich edycji, regulaminem i systemem eliminacji do finału paryskiego. Więcej informacji dotyczących Mistrzostw oraz zestaw zadań i wzór karty odpowiedzi można znaleźć na stronie internetowej Komitetu Organizacyjnego Mistrzostw:

<http://www.im.pwr.wroc.pl/~rabczuk/gry.html>

Poniżej zamieszczamy 18 zadań pierwszego, korespondencyjnego etapu Mistrzostw, w którym mogą brać udział wszyscy - od uczniów III klasy szkoły podstawowej do osób zawodowo zajmujących się matematyką - w jednej z ośmiu kategorii wiekowych i zawodowych:

CE - uczniowie klasy III szkoły podstawowej, rozwiązują zadania od **1** do **5**;

CM - uczniowie klasy IV SP - zadania od **3** do **8**;

C1 - uczniowie klas V i VI SP - zadania od **5** do **11**;

C2 - uczniowie Gimnazjum - zadania od **7** do **13**;

L1 - uczniowie szkół średnich - zadania od **7** do **16**;

L2 - studenci i uczniowie szkół pomaturalnych - zadania od **7** do **18**;

HC - osoby zawodowo zajmujące się matematyką i informatyką, zadania od **7** do **18**;

GP - dorośli, nie występujący w L2 oraz w HC - zadania od **7** do **16**.

Po rozwiązaniu zadań otrzymane wyniki liczbowe i graficzne należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi formatu A4. Starannie wypełnioną kartę odpowiedzi według podanego wzoru należy przesać do dnia **15 grudnia 2002 r.** na adres: **Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław** z dopiskiem na kopercie hasła "Konkurs" i symbolu kategorii. Do przesyłki trzeba obowiązkowo włożyć zaadresowaną zwrotnie kopertę z naklejonym znaczkiem pocztowym.

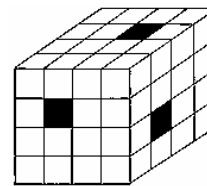
Zestaw zadań pierwszego etapu eliminacji

POCZĄTEK KATEGORII CE

1 - W miejscu kółka oraz kwadratu wpisać dwie liczby całkowite dodatnie, tak dobrane, aby niżej napisana równość była prawdziwa

$$(23 - \bigcirc) + (24 \times \square) = 50$$

2 - Bryła pokazana na rys. obok jest niepełnym sześcianem zbudowanym z jednakowych kostek sześciennych w taki sposób, że powstały w nim trzy tunele przechodzące przez całą bryłę o przekrojach zaznaczonych na rysunku czarnym kolorem. Ile kostek sześciennych wykorzystano do zbudowania tej bryły?



POCZĄTEK KATEGORII CM

3 - Matylda i Mateusz opróżnili torebkę zawierającą 10 cukierków i przekomarzają się:

Matylda - Zjadłam mniej niż 7 cukierków,

Mateusz - Ja również,

Matylda - Ale ja zjadłam ich więcej niż 4,

Mateusz - Ja zjadłem ich mniej od ciebie.

Ile cukierków zjadła Matylda ?

4 - Sprzedawca ma 16 tabliczek czekolady, z których każda waży 120 g albo 150 g, a łączna waga wszystkich tabliczek wynosi 2250 g. Ile ma tabliczek o wadze 150g ?

POCZĄTEK KATEGORII C1

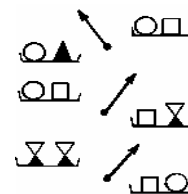
5 - Siedem monet ułożono w rzędzie tak, że niektóre z nich miały odkryte reszki.



W każdym ruchu możemy odwrócić dwie monety leżące obok siebie jeżeli mają one odkryte różne strony. Np. możemy odwrócić parę **RO** i uzyskać parę **OR**. Jaką najmniejszą liczbę ruchów trzeba wykonać, aby z wyjściowego układu monet uzyskać nowy układ, w którym każde dwie monety leżące obok siebie będą miały odkryte różne strony ?

KONIEC KATEGORII CE

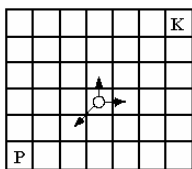
6 - Marcin bawi się porównując wagi 4 rodzajów zabawek (ma po dwie zabawki każdego rodzaju). Na rysunku obok pokazane są wyniki trzech prób porównywania wag wykonanych przez niego na wadze szalkowej. Marcin postanawia następnie dać 4 najcięższe zabawki swojemu bratu, a dwie najlżejsze swojej siostrze. Narysować dwie zabawki, które zachowa dla siebie.



POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

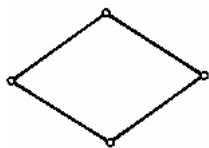
7 - Dzieląc liczbę 100 przez pewną liczbę naturalną d otrzymujemy resztę 4, a dzieląc liczbę 90 przez tę samą liczbę d otrzymujemy resztę 18. Znajdź liczbę d .

8 – W tej grze jednoosobowej należy odbyć spacer pionkiem po planszy prostokątnej 7×6 od położenia początkowego **P** do położenia końcowego **K** w taki sposób, aby w trakcie tego spaceru pionek odwiedził każde pole planszy dokładnie jeden raz. Jednym ruchem pionek może być przesunięty albo na sąsiednie pole z prawej strony, albo na sąsiednie pole leżące powyżej, albo na sąsiednie pole w linii ukośnej w kierunku południowo - zachodnim (patrz rysunek). Podać trzy różne trasy przejścia od **P** do **K** zaznaczając w karcie odpowiedzi ruchy pionka strzałkami łączącymi środki kolejno odwiedzanych pól. Ponadto, zawodnicy kategorii L1, L2, GP i HC mają wpisać liczbę wszystkich różnych tras.



KONIEC KATEGORII CM

9 - Umieściłem na kartce papieru 4 punkty, a następnie narysowałem 4 odcinki łączące te punkty, które utworzyły romb.



Dodałem następnie nowe punkty oraz narysowałem nowe 4 odcinki łączące te punkty i otrzymałem figurę, w której oprócz rombu pokazanego na rysunku, były jeszcze cztery inne romby. **Ile punktów, co najmniej, umieściłem**

dodatkowo na pokazanym rysunku ?

10 – Wczoraj Marek nastawił na właściwą godzinę i nakręcił stary zegar oraz stary budzik swojego dziadka. Dziś z rana stwierdził, że zegar pokazuje godzinę 7^{00} , a budzik godzinę 6^{00} . Marek przypomina sobie, że według słów dziadka, zegar śpieszy się 1 minutę na godzinę, podczas gdy budzik spóźnia się 3 minuty na godzinę. **O której godzinie Marek nakręcił zegar i budzik ?**

11 – Agata kupiła nowy telefon komórkowy, ale chce odbierać telefony tylko od swoich kolegów matematyków. Dlatego podaje numer swojego telefonu w zaszyfrowany sposób:

- Numer mojego telefonu składa się z 5 bloków dwucyfrowych, a pierwszy blok ma postać 06. Jeżeli cztery pozostałe bloki będziemy uważać za liczby jedno lub dwucyfrowe, to stwierdzimy, że liczby te uporządkowane są w kolejności od najmniejszej do największej. Przyjmujemy tu, że blok AB (para cyfr A B), w którym $A = 0$ reprezentuje liczbę jednocyfrową B (np. blok 02 przedstawia liczbę 2).

- Numer mojego telefonu ma ponadto ciekawą własność magiczną:

- nie ulega zmianie, jeżeli każdy blok 0B (oprócz bloku pierwszego 06) przedstawiający liczbę jednocyfrową zostanie zastąpiony blokiem dwucyfrowym $0(B)^2$,
- nie ulega zmianie także wtedy, gdy każdy blok przedstawiający liczbę dwucyfrową zastąpiony zostanie przez ostatnie dwie cyfry kwadratu tej liczby.

Jaki jest numer telefonu komórkowego Agaty ?

KONIEC KATEGORII C1

12 – Piszemy w kolejności rosnącej kwadraty liczb całkowitych dwucyfrowych: $10^2, 11^2, 12^2, \dots$, a następnie obliczamy te kwadraty i do każdego z otrzymanych wyników stosujemy operację dodawania cyfr tyle razy, aż otrzymamy liczbę jednocyfrową (np. $94^2 = 8836 \rightarrow 25 \rightarrow 7$). **Jaka jest trzynasta liczba dwucyfrowa, której kwadrat, po zastosowaniu operacji dodawania cyfr, daje wynik końcowy równy 7 ?**

13 – Mój kalkulator jest już częściowo zużyty. Obliczenia wykonuje dobrze, ale wyświetla na ekranie tylko cyfry nieparzyste oraz punkty zamiast cyfr parzystych. Wprowadziłem do kalkulatora liczbę sześciocyfrową $\bullet \bullet \bullet \bullet 7 \bullet$ i nacisnąłem przycisk $\sqrt{\quad}$. Na ekranie ukazał się wynik trzycyfrowy w postaci trzech punktów. **Jaka miała być ta liczba trzycyfrowa ?**

KONIEC KATEGORII C2

14 – Ratunkowy statek kosmiczny spotyka kosmiczny statek wycieczkowy uszkodzony meteorytem, zabiera siedmioosobową załogę tego statku i z tego powodu jego zapas tlenu zmniejsza się z 95 do 60 dni. Dokładnie 6 dni później spotyka on jeszcze jeden uszkodzony statek kosmiczny i zabiera nową grupę rozbitków, co zmniejsza jego autonomię tlenową do 38 dni. **Ilu rozbitków zabrał z drugiego uszkodzonego statku ?**

15 – Kwadratowa plansza $n \times n$, $n \geq 2$, podzielona jest na n^2 pól kwadratowych. W pola tej planszy wpisujemy liczby całkowite nieujemne w taki sposób, aby spełniony był warunek: - Jeżeli w jakieś pole wpisujemy liczbę 0, to suma liczb wpisanych w pola linii poziomej oraz linii pionowej zawierającej wybrane pole jest zawsze równa co najmniej $n+1$. **Jaka może być najmniejsza suma liczb wpisanych w pola takiej planszy ? Podać przykład realizacji dla $n = 7$.**

16 – Staw ma kształt czworokąta, którego boki mają długości całkowitoliczbowe metrów, wszystkie są różne i mniejsze od 100m i nie są wielokrotnościami liczby 5. Każdy bok stawu jest również bokiem kwadratowej działki. Każda z tych czterech działek należy do innego właściciela. Właściciele dzielą swoje działki na parcele o powierzchni $100m^2$ i stwierdzają, że każdemu z nich pozostał skrawek terenu o takiej samej powierzchni, mniejszej niż $100m^2$. **Jaka jest, co najwyżej, powierzchnia stawu ? Wynik podać w m^2 zaokrąglony do setnej części m^2 .**

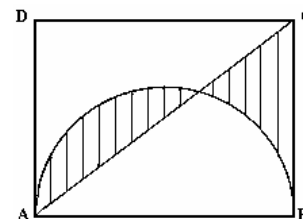
KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Liczby dodatnie x, y, z spełniają warunek

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} = 1$$

Jaką najmniejszą wartość może mieć ich iloczyn xyz ?

18 – Odznaka Klubu Miłośników Asymetrii ma kształt prostokąta o podstawie AB długości 4 cm oraz wysokości BC nie mniejszej niż 2 cm i tak dobranej, aby pole części zakreślanej, która ma być wyłożona drogocennym kamieniem, było możliwie najmniejsze (rysunek obok). Na rysunku łuk AB jest półokręgiem o średnicy AB, a odcinek AC jest przekątną prostokąta ABCD. **Jaką wysokość ma prostokątna odznaka tego klubu ? Podać wynik dokładny w cm.**



KONIEC KATEGORII L2 i HC