

**XVII Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych  
I Mistrzostwa Polski w GMiL**

**Półfinał krajowy 17 maja 2003**

- CE** : zadania o numerach od 1 do 5; czas - 60 minut  
**CM** : zadania o numerach od 3 do 8; czas - 90 minut  
**C1** : zadania o numerach od 5 do 11; czas - 120 minut  
**C2** : zadania o numerach od 7 do 13; czas - 180 minut  
**L1 i GP**: zadania o numerach od 7 do 16; czas - 180 min.  
**L2 i HC**: zadania o numerach od 7 do 18; czas - 180 min.

**WAŻNE !!!** Wyniki liczbowe należy wpisać w odpowiedniej ramce KARTY ODPOWIEDZI.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

**ZADANIA**

**POCZĄTEK KATEGORII CE**

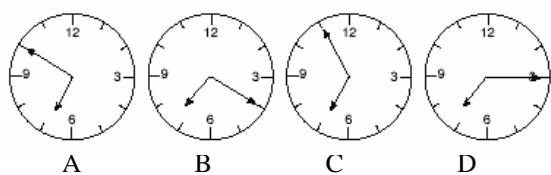
**1** – Żabka siedzi na jednym z nenufarów (patrz rysunek)



i kolejnymi skokami z nenufaru na nenufar sąsiedni zamierza osiągnąć nenufar z kwiatem. Może wykonywać skoki tylko wzdłuż linii pionowych lub wzdłuż linii poziomych. Wykonuje skok  $\uparrow$  lub  $\downarrow$ , jeśli po tym skoku chce znaleźć

się na nenufarze o numerze parzystym, albo wykonuje skok  $\leftarrow$  lub  $\rightarrow$ , jeśli po tym skoku chce znaleźć się na nenufarze o numerze nieparzystym. **Zaznacz strzałkami najkrótszą drogę żabki, po której dotrze ona do nenufaru z kwiatem** (na rysunku nenufar ten jest jednocześnie oznaczony liczbą 100).

**2** - Z czterech zegarów oznaczonych literami A, B, C i D



jeden wskazuje dokładny czas, jeden przyspieszył o 20 minut, jeden opóźnił się o 5 minut, a jeden przyspieszył o 25 minut. **W Karcie Odpowiedzi wpisz literę zegara, który wskazuje dokładny czas.**

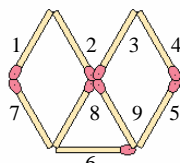
**POCZĄTEK KATEGORII CM**

**3** – Dwa jednakowe akwaria napełnione wodą do pełna ważą razem 72 kilogramy, a jedno takie akwarium napełnione wodą do połowy waży 20 kilogramów. **Ile kilogramów waży jedno puste akwarium?**

**4** – Liczba 145541 jest palindromem, ponieważ czyta się ją tak samo z lewa na prawo jak i z prawa na lewo. Ponadto ma ona pewną szczególną własność - wybrane z niej kolejne liczby dwucyfrowe 14, 45, 55, 54 i 41 są wszystkie różne. **Znaleźć największą liczbę będącą palindromem, w której występują tylko trzy cyfry 1, 2, 3 i która ma również tę szczególną własność.**

**POCZĄTEK KATEGORII C1**

**5** – W układance utworzonej z 9 jednakowych zapalek znajdują się różne figury geometryczne. Są tam m.in. trójkąt {6,8,9}, 2 romby {1,2,8,7} i {3,4,5,9}, a także 2 trapezy {4,5,6,8,3} i {1,2,9,6,7}. **Jak przestawić trzy zapalki, aby otrzymać nową układankę, w której znajdzie się m. in. 5**



**trójkątów?** Na rysunku, w Karcie Odpowiedzi, można zapalki zastąpić odcinkami i nie trzeba oznaczać ich cyframi.

**KONIEC KATEGORII CE**

**6** – W kratki taśmy należy wpisać 11 liczb całkowitych nieujemnych, niekoniecznie różnych, ale tak dobranych, aby



suma liczb wpisanych w jakiegokolwiek trzy kolejne kratki taśmy była zawsze liczbą parzystą, a suma wszystkich jedenastu liczb wpisanych w kratki taśmy była liczbą nieparzystą i najmniejszą z możliwych. W Karcie Odpowiedzi podaj szóstą z tych liczb oraz sumę wszystkich 11 liczb.

**POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC**

**7** – W rachunku małego Jasia, wykonanym na siedmiu siódmkach, zostały usunięte znaki dodawania +, znaki mnożenia  $\times$ , a także nawiasy ( ). **Wstaw je ponownie na właściwych miejscach, aby następująca równość**

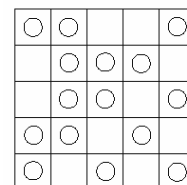
$$7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 = 707$$

**była prawdziwa.**

**8** – W grupie 5 dziewcząt niektóre są przyjaciółkami, a inne nie. Każda z dziewcząt ma w tej grupie albo 2 przyjaciółki albo 3 przyjaciółki, a gdy 2 dziewczynki przyjaźnią się, to nie mają nigdy tej samej liczby przyjaciółek w tej grupie. Ela ma w tej grupie 3 przyjaciółki. Amelia przyjaźni się z Kasią. Beata jest również przyjaciółką Kasi. **Podaj, w kolejności alfabetycznej, imiona przyjaciółek Dominiki.**

**KONIEC KATEGORII CM**

**9** - Na polach planszy 5x5 ustawiono 15 pionków. Jaka najmniejszą liczbę pionków trzeba przestawić na inne wolne pola planszy, aby po tej operacji na każdej linii poziomej i na każdej linii pionowej, a także na każdej z dwóch przekątnych planszy znajdowały się 3 pionki.



**W Karcie Odpowiedzi podać liczbę przestawionych pionków, zaczerpnąć przestawiane pionki i strzałkami zaznaczyć ich ruchy na nowe pozycje.**

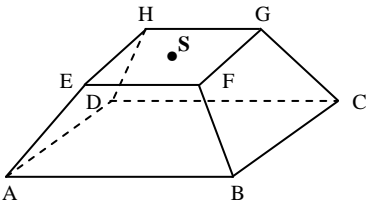
**10** – Na płaszczyźnie narysowano cztery okręgi o takim samym promieniu. Żadne dwa z tych okręgów nie były styczne, a wszystkie cztery okręgi utworzyły figurę spójną, co oznacza, że z dowolnego punktu tej figury można przemieścić się do każdego innego punktu tej figury poruszając się po łukach okręgów tworzących tę figurę. **Jaka może być najmniejsza liczba punktów, w których przecinają się co najmniej dwa z czterech narysowanych okręgów?**

Uwaga. Rozważaną figurę tworzą same okręgi, a nie koła.

**11** – Marek i Radek podzielili między siebie całą zawartość torby z cukierkami. Liczba cukierków Marka była liczbą parzystą, zaś Radka liczbą nieparzystą. Iloczyn piątej części liczby cukierków Marka i czwartej części liczby cukierków Radka był równy sumie czwartej części liczby cukierków Marka i piątej części liczby cukierków Radka. **Ile cukierków było w tej torbie przed podziałem?**

**KONIEC KATEGORII C1**

**12** – Na stole leży tekturowe, zamknięte pudełko, w którym podstawa ABCD jest kwadratem o boku równym 12 cm, górna ściana EFGH jest równoległa do podstawy i też jest kwadratem, ale o boku równym 6 cm. Każda z krawędzi bocznych ma długość 6 cm. W środek



S górnej ściany pudełka wbijamy ostrze cyrkla, a drugie ramie cyrkla ustawiamy tak, aby grafit znalazł się w wierzchołku E tej ściany. Cyrklem o takiej rozwarości kreślimy krzywą zamkniętą utworzoną z czterech łuków leżących na ścianach bocznych pudełka. **Podać, w centymetrach, długość tej krzywej.** Należy podać dokładny wynik.

**13** – Z cyfr 1 i 2 tworzymy ciąg liczb całkowitych  $L_1, L_2, L_3, \dots$  w taki sposób, że  $L_1 = 2, L_2 = 1, L_3 = 12, L_4 = 121, L_5 = 12112$ , a każda następną liczbą w tym ciągu powstaje z dwóch poprzednich przez dopisanie z prawej strony do ostatniej napisanej liczby, liczbę przedostatnią, tzn.  $L_{n+1} = L_n L_{n-1}$ . Tak więc  $L_6 = L_5 L_4 = 12112121$ . **Podać symbole trzech najmniejszych liczb podzielnych przez 11 w ciągu  $L_1, L_2, \dots$ , wypisując je w kolejności rosnącej.** Uwaga: Przyjmujemy, że liczby tego ciągu napisane są w dziesiętkowym układzie pozycyjnym.

**KONIEC KATEGORII C2**

**14** – Znaleźć najmniejszą wartość wyrażenia

$$W = \sqrt{16 + x^2} + \sqrt{(x-8)^2 + (y-10)^2} + \sqrt{16 + y^2},$$

gdzie  $x$  i  $y$  są liczbami rzeczywistymi. W Karcie Odpowiedzi podać dokładną wartość  $\min W$  oraz liczby  $x$  i  $y$ , dla których  $W$  osiąga najmniejszą wartość.

**15** – Kuba zbudował z cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8 wszystkie liczby ośmiocyfrowe  $C_1 C_2 \dots C_8$ , w których każda z wymienionych cyfr występowała dokładnie jeden raz i każda cyfra, począwszy od trzeciej, była większa od mniejszej z dwóch cyfr bezpośrednio ją poprzedzających, tzn.  $C_k > \min \{C_{k-1}, C_{k-2}\}$  dla  $k \geq 3$ . Następnie liczby te ustawił w ciąg rosnący. **Jaka liczba będzie na 17 miejscu w tym ciągu?**

**16** – W przestrzeni poprowadzono 6 płaszczyzn. Pięć płaszczyzn przechodziło przez punkt  $O$  i żadne trzy z tych pięciu płaszczyzn nie przecinały się wzdłuż tej samej prostej. Szósta płaszczyzna nie przechodziła przez punkt  $O$  i nie była równoległa do żadnej z pozostałych pięciu płaszczyzn. **Podaj maksymalną liczbę części, na które płaszczyzny te mogły podzielić przestrzeń.**

**KONIEC KATEGORII L1 i GP**

**17** – Jaką największą liczbę osi symetrii może mieć figura przestrzenna złożona z trzech różnych prostych, z których żadne dwie nie są równoległe.

**18** – W ośmiokącie  $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 P_7 P_8$  wpisanym w koło, czworokąt  $P_1 P_3 P_5 P_7$  jest kwadratem o polu 5, a czworokąt  $P_2 P_4 P_6 P_8$  jest prostokątem o polu 4. **Jakie największe pole może mieć rozważany ośmiokąt?**

**KONIEC KATEGORII L2 i HC**

**POWODZENIA !**