

**XIX Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
III Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – I etap 21 maja 2005

CE : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **3** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **5** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **7** do **14**; czas - **180** minut
L1 i **GP**: zadania o numerach od **7** do **16**; czas - **180** min.
L2 i **HC**: zadania o numerach od **7** do **18**; czas - **180** min.

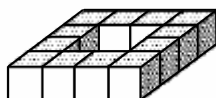
WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce Karcie odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK KATEGORII CE

1 – Dziurawy kwadrat. Ania zbudowała z 12 małych sześciątów ten przedmiot (pokazany na rysunku) i nazwała go „dziurawym kwadratem o boku z 4 małych sześciątów”. **Ile potrzeba małych sześciątów, co najmniej, aby zbudować „dziurawy kwadrat o boku z 6 małych sześciątów”?**



2 – Tajemnicza liczba. Znajdź liczbę trzycyfrową, której cyfry są różne, wiedząc że:

- suma cyfr jest równa 10,
- iloczyn dwóch pierwszych cyfr (czyli cyfry setek i cyfry dziesiątek) jest równy 6,
- cyfra dziesiątek jest największa wśród trzech cyfr.

POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Bieg na przelaj. Po szkolnym biegu na przelaj, nauczyciel WF prosi uczniów o podanie, jakie mają tętno (liczba uderzeń na minutę).

Kasia naliczyła 19 uderzeń w ciągu 12 sekund.

Małgosia naliczyła 12 uderzeń w 8 sekund.

Tomek naliczył 154 uderzenia w 105 sekund, zaś ostatni

Jurek, dobry matematyk, odpowiedział: moje tętno jest o 4 większe od połowy sumy tętna Małgosi i Tomka.

Uszeregować uczniów od tego, którego tętno było najwolniejsze do tego, który miał tętno najszybsze. W Karcie odpowiedzi wpisać, od lewej do prawej, tylko pierwsze litery imion uczniów.

4 – Schody. Żabka ma przed sobą schody, których stopnie są ponumerowane od 1 do 20. Na początku wykonuje skok o 2 stopnie (znajduje się w ten sposób na stopniu o numerze 2). Przed wykonaniem każdego kolejnego skoku patrzy na numer stopnia, na którym się znajduje:

- jeśli numer stopnia dzieli się przez 2, to wykonuje ona wtedy skok o 3 stopnie,

- jeśli numer stopnia dzieli się przez 3, to wykonuje ona wtedy skok o 2 stopnie,
- jeśli numer stopnia dzieli się przez 5, to wykonuje ona wtedy skok o 4 stopnie.

Jeśli numer stopnia dzieli się jednocześnie przez dwie z wyróżnionych liczb, tj. przez 2 i 3 albo 2 i 5 albo przez 3 i 5, wówczas ma wybór i stosuje jedną z powyższych reguł, dotyczącą jednak tylko dzielników w danej parze dzielników, np. ze stopnia nr 6 wykonuje skok albo o 3 albo o 2 stopnie. Jeśli zaś numer stopnia nie dzieli się ani przez 2, ani przez 3, ani przez 5, to wykonuje, po prostu, skok o 1 stopień. **Ile, co najmniej, skoków musi ona wykonać (wliczając pierwszy skok), aby dotrzeć na szczyt tych schodów o 20 stopniach? Podać również, w kolejności rosnącej, numery stopni, rozpoczynając od 2, po których tam dotrze wykonując znaną liczbę skoków.**

POCZĄTEK KATEGORII C1

5 – Dwa zegary. W pewnym miasteczku godziny wybijają 2 zegary. Pierwszy wybija każdą godzinę w odstępach 2 sekundowych, a drugi w odstępach 3 sekundowych, przy czym pierwszy zegar jest zawsze opóźniony o 6 sekund względem drugiego. **Którą godzinę wskazywały te zegary, jeżeli usłyszano 11 uderzeń?** Dwa jednoczesne uderzenia zegarów słyszy się jako jedno uderzenie.

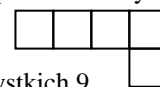
KONIEC KATEGORII CE

6 – Wiek Karola. Dziś Karol, Maria i Ludwika mają razem 63 lata. Karol urodził się po roku 1995, a Maria i Ludwika miały wtedy, każda z nich, więcej niż 10 lat! Ludwika jest o rok młodsza od Marii. Liczba lat Marii jest dziś, w roku 2005, liczbą podzieloną przez 6. **Ile lat ma dziś Karol?**

POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Żetony. W pewnej grupie dzieci, każde z nich ma 10 żetonów z numerami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Podczas zabawy, na polecenie nauczyciela, każde dziecko wyklada dokładnie 3 żetony o sumie numerów równej 13. Okazało się, że każde z nich wyłożyło inny zestaw żetonów. **Ile, co najwyżej, dzieci było w tej grupie?** Uwaga: zestawy o sumie cyfr 10, np. (5+3+2) i (2+5+3) uznajemy za identyczne, ale zestaw (5+4+1) jest już inny.

8 – Dziewięć L. Kasia i Marek mają po 9 pokratkowanych kartoników w kształcie litery L (patrz rysunek). Każdy z pięciu kwadratów ma wymiary 1cm × 1cm. Kasia ułożyła z wszystkich 9 kartoników figurę wieloboczną bez „dziur” i bez nakładania kartoników na siebie. Marek zrobił to samo i stwierdził: „Nie ułożysz już figury o mniejszym obwodzie niż ma moja figura” i ... było to zdanie prawdziwe. **Podaj obwód, w centymetrach, figury Marka.**

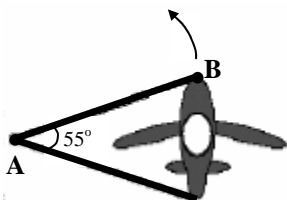


KONIEC KATEGORII CM

9 – Czternaście liczb. Napisać, w porządku rosnącym, 14 dodatnich liczb całkowitych, wszystkie różne i takie, których suma wynosi 110.

Gdy zadanie ma więcej niż jedno rozwiązanie należy podać liczbę wszystkich rozwiązań oraz dwa z nich.

10 – Wirujący samolot. Samolot, w trakcie doświadczeń, umieszczono na specjalnej „karuzeli”, która obraca się wokół punktu A w kierunku pokazanym strzałką (rysunek obok). Po każdym seansie doświadczenia, który trwa 5 minut, czoło samolotu (oznaczone punktem B) przesuwa się o kąt 75° względem pozycji zajmowanej podczas poprzedniego zatrzymania. **Ile minut, co najmniej, będzie krążył samolot na „karuzeli”, aż jego czoło zajmie, dokładnie po raz pierwszy, przed kolejnym seansem, pozycję wyjściową** (pokazaną na rysunku).



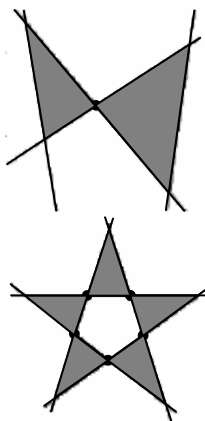
11 – Sześcián Artura. Artur ma dużą liczbę, zawartą pomiędzy 2000 i 6000, małych sześciánów o identycznych rozmiarach, z których każdy jest bądź niebieski, bądź biały, bądź czerwony. Buduje z nich wszystkich jeden duży sześcián. Na górnej ścianie tego dużego sześciánu znajduje się dwa razy więcej kwadratów niebieskich niż białych i tyle samo kwadratów czerwonych co niebieskich i białych łącznie. **Jaką liczbę małych sześciánów ma Artur łącznie?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Urodziny. Rok urodzenia Marcina ma następującą osobiłość: iloczyn jego cyfr jest kwadratem liczby całkowitej. Dziś, w 2005 roku, Marcin oczekuje roku, w którym jego wiek będzie równy pierwiastkowi kwadratowemu z iloczynu cyfr roku jego urodzenia. **W którym roku może to mieć miejsce i ile lat będzie miał wówczas Marcin?**
Gdy zadanie ma więcej niż jedno rozwiązanie należy podać liczbę wszystkich rozwiązań oraz dwa z nich.

13 – Maraton matematyczny. Tomek uczestniczył w maratonie matematycznym, gdzie trzeba było rozwiązać dużą liczbę zadań. Za prawidłowe rozwiązanie każdego z tych zadań zawodnik otrzymywał pewną liczbę punktów przypisanych danemu zadaniu, w zależności od stopnia jego trudności: 1 punkt za pierwsze zadanie, 2 punkty za drugie zadanie, 3 punkty za trzecie, ..., 10 punktów za dziesiąte, ... itd... Tomkowi, który został zwycięzcą, udało się rozwiązać wszystkie zadania, z wyjątkiem jednego i uzyskać ogółem 2065 punktów. **Podać numer zadania, w rozwiązaniu którego popełnił on błąd.**

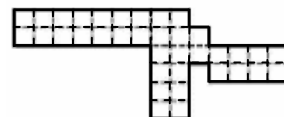
14 – Trójkąty. Rysując 4 linie proste na płaszczyźnie można pokolorować co najwyżej 2 trójkąty, które mają tylko jeden wspólny wierzchołek. Rysując 5 prostych, można pokolorować maksymalnie 5 trójkątów, z których dowolne dwa mają, co najwyżej, jeden wspólny wierzchołek. **Jeżeli narysujemy 7 prostych na płaszczyźnie, to ile, co najwyżej, można będzie pokolorować trójkątów tak, żeby jakiegokolwiek dwa z nich miały, co najwyżej, jeden wspólny wierzchołek?**



KONIEC KATEGORII C2

15 – Piłka. Artur, Bartosz i Cezary kupili do spółki, za 72 zł, piłkę nożną. Artur zapłacił co najmniej tyle ile dwaj pozostali koledzy łącznie. Bartosz zapłacił co najmniej średnią arytmetyczną kwot zapłaconych przez pozostałych kolegów, natomiast Cezary zapłacił co najmniej piątą część kwoty, którą wnieśli łącznie Artur i Bartosz. **Ile złotych zapłacił każdy z nich?**

16 – Układanka. Pokratkowaną planszę (rys. poniżej) można pokryć całkowicie za pomocą 18 identycznych kostek domina (jedna kostka pokrywa dokładnie stykającą się bokiem 2 kwadraty $\square\square$). **Na ile sposobów można to zrobić?**



KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Na cześć roku 2005. Piszemy listę 2005 pierwszych liczb naturalnych: 1, 2, 3, ..., 2005. Skreślamy dwie pierwsze liczby i piszemy ich sumę 3 na końcu tej listy. Kontynuujemy skreślając dwie następne nieskreślone liczby i dopisujemy ich sumę na koniec listy. Po trzeciej takiej operacji skreślenia i dopisywania sumy mamy układ: $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, 5, \bar{6}, 7, \dots, 2005, 3, 7, 11$. Postępujemy w ten sposób aż do momentu, gdy w tak utworzonym ciągu pozostanie dokładnie jedna nieskreślona liczba. **Jaka jest suma wszystkich liczb napisanych od początku, tj. wszystkich liczb skreślonych od liczby jeden, łącznie z tą ostatnią – nieskreśloną?**

18 – Gra w kasynie („kwita” lub „2 razy więcej”). W pewnym kasynie gra toczy się według następujących reguł. Jeśli się przegrywa w danym ruchu (ruch przegrywający), to traci się swoją stawkę, a jeśli się wygrywa (ruch wygrywający), to gracz otrzymuje podwojoną swoją stawkę. Dziś gracz stawia, na początku, jedno euro. Po każdym ruchu przegrywającym, w następnym ruchu powiększa poprzednią stawkę o jedno euro. Po każdym ruchu wygrywającym, w następnym ruchu zmniejsza poprzednią stawkę o jedno euro, chyba że postawił poprzednio jedno euro i wówczas stawia znowu jedno euro. W pewnym określonym momencie jego „fortuna” powiększyła się o 13 euro od początku gry i przygotowuje się do postawienia, w następnym ruchu, 7 euro. **Ile wykonał ruchów wygrywających do tego momentu?**

KONIEC KATEGORII L2 i HC

POWODZENIA !