

Paryż zaprasza mistrzów

XIX Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych

III Mistrzostwa Polski w GMiL – Pierwszy etap eliminacji 2004/2005

W końcu sierpnia 2005 roku odbędzie się w Paryżu finał XIX Międzynarodowych Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych. Eliminacje (dwa etapy korespondencyjne oraz finał krajowy III Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych w dniach 21-22 maja 2005 we Wrocławiu), organizowane przez Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej i Oddział Wrocławski Polskiego Towarzystwa Matematycznego, wyłonią mistrzów Polski i reprezentację na finał paryski. Zapraszamy miłośników matematyki oraz tych, którym logiczne myślenie sprawia przyjemność i satysfakcję do udziału w Mistrzostwach.

Więcej informacji dotyczących Mistrzostw (regulamin, zestaw zadań, wzór Karty odpowiedzi, numer konta, na które należy wpłacać wpisowe już w I etapie korespondencyjnym), można znaleźć na stronie internetowej Komitetu Organizacyjnego Mistrzostw:

<http://www.im.pwr.wroc.pl/~rabczuk/gry.html>
lub na stronie WPPT

<http://www.wppt.pwr.wroc.pl>

Zawodnicy mogą startować w jednej z ośmiu kategorii:

CE - uczniowie klas III SP (zadania 1-5),

CM - uczniowie klas IV SP (zadania 3-8),

C1 - uczniowie klas V i VI SP (zadania 5-11),

C2 - uczniowie gimnazjów (zadania 7-14 – **tu zmiana w stosunku do lat ubiegłych**),

L1 - uczniowie szkół ponadgimnazjalnych (zad. 7-16),

L2 - studenci i uczniowie szkół pomaturalnych (z. 7-18),

HC - zawodowi matematycy i informatycy (zadania 7-18),

GP - dorośli, spoza kategorii L2 oraz HC (zadania 7-16).

Starannie wypełnioną Kartę odpowiedzi, według podanego wzoru, należy przesłać pocztą zwykłą do dnia **15 grudnia 2004 r.** na adres:

Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław

z dopiskiem na kopercie KONKURS i podaniem symbolu kategorii. Do przesyłki należy włożyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną ze znaczkiem oraz kserokopię dowodu wpłaty wpisowego (kategorie CE i CM - 20 zł, C1 i C2 - 30 zł, L1 i L2 - 40 zł, HC i GP - 50 zł) na konto: **Politechnika Wrocławska, 50-370 Wrocław, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, Bank Zachodni WBK S.A. 2 Oddział Wrocław,**

Nr 37 1090 2402 0000 0006 1000 0434, zlecenie 451198.

Komitet Organizacyjny Mistrzostw

Zadania I etapu eliminacji 2004/2005

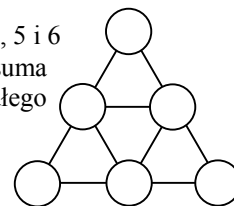
POCZĄTEK KATEGORII CE

1 – Reguła dla ciągu. Odkryj regułę według której powstają kolejne wyrazy ciągu liczbowego

18, 9, 14, 7, 12, 6, 3, 8, ,

i uzupełnij ten ciąg o kolejne dwa wyrazy.

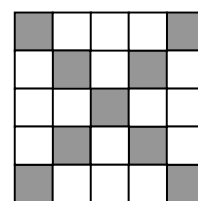
2 – Sześć liczb. Sześć liczb: 1, 2, 3, 4, 5 i 6 należy umieścić w kółkach tak, żeby suma liczb w trzech kółkach każdego małego trójkąta była mniejsza lub równa 9.



POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Pod szaloną miotłą. W butik „Pod szaloną miotłą” sprzedaje się rekwizyty dla czarownic. Sprzedawczyni – wiedźma handluje 35 godzin w tygodniu. W niedzielę butik jest otwarty od godziny pierwszej w nocy do godziny siódmej rano. W pozostałych dniach tygodnia butik otwierany jest o godzinie dziewiętnastej i zawsze jest zamykany o tej samej godzinie. **O której godzinie butik zamykany jest w środę?**

4 – Puste pole. Plansza 5×5 podzielona jest na 25 małych pól kwadratowych. W wybrane 24 pola planszy należy wpisać liczby całkowite od 1 do 6 - każdą z tych liczb czterokrotnie i w taki sposób aby:



- ta sama liczba nie pojawiła się dwukrotnie w żadnej linii poziomej ani w żadnej linii pionowej planszy,
- różnica pomiędzy sumą liczb wpisanych w pola leżące na jednej przekątnej, a sumą liczb wpisanych w pola leżące na drugiej przekątnej była jak największa.

W Karcie odpowiedzi podać tę różnicę i przykład rozmieszczenia dwudziestu czterech liczb na polach planszy.

POCZĄTEK KATEGORII C1

5 – Liczby palindromiczne. Marek dodał dwie liczby palindromiczne trzycyfrowe i otrzymał w wyniku liczbę palindromiczną czterocyfrową. Do napisania dodawanych liczb i ich sumy użył tylko trzech różnych cyfr, a jednej z nich użył pięciokrotnie. **Podaj liczby napisane przez Marka oraz sumę tych liczb.** Uwaga: Liczbę palindromiczną czyta się tak samo od strony lewej do prawej i od strony prawej do lewej, np: 44, 101, 9779.

KONIEC KATEGORII CE

6 – Liczba lat. Kiedy miałem 3 lata, mój ojciec był o 5 lat starszy od mojej mamy. Gdy miałem 9 lat moja mama miała 37 lat. Przed dwoma laty mój ojciec obchodził jubileusz swojego 60-lecia. **Ile lat mam teraz?**

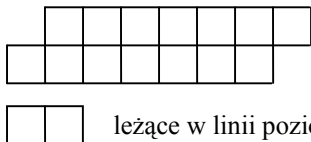
POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Pudełka z orzechami. W każdym pudełku ustawionym na stole znajduje się co najmniej jeden orzech, ale liczba orzechów w każdym z pudełek jest nie większa niż liczba wszystkich pudełek. Liczby orzechów w różnych pudełkach są różne i w żadnym z pudełek nie ma 13 orzechów. **Ile co najwyżej pudełek ustawiono na stole?**

8 – Optymalny podział. Romek narysował na prostokątnej kartce papieru 3 linie proste p, q, r. Zauważył, że podzieliły one kartkę na 7 części. Dorysował 3 nowe linie proste, jedną równoległą do p, jedną równoległą do q i jedną równoległą do r, w taki sposób, aby trzy nowe linie proste wraz z liniami p, q i r podzieliły kartkę papieru na możliwie największą liczbę części. **Ile było tych części.**

KONIEC KATEGORII CM

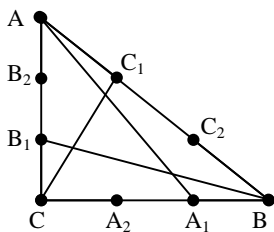
9 - Gra. Do tej gry potrzebna jest plansza oraz płytki (rys. obok przedstawia planszę i jedną płytkę), z których każda pokrywa dokładnie dwa sąsiednie pola planszy leżące w linii poziomej albo w linii pionowej.



Każdy gracz w każdym ruchu kładzie jedną taką płytkę na niezajętych jeszcze dwóch sąsiednich polach planszy. Wygrywa ten z graczy, który wykona ostatni dopuszczalny ruch. Dziś grę rozpoczyna Adaś, drugi ruch wykonuje Bartek, a następnie ruchy wykonują na przemian. Czy Adaś ma strategię wygrywającą, tzn. czy wygra zawsze, niezależnie od sposobu gry Bartka? W Karcie odpowiedzi wpisz NIE albo TAK, ale jeśli wpiszesz TAK, to musisz podać, ile jest różnych ruchów, którymi Adaś może rozpocząć zwycięską grę.

10 – Zabawa z liczbami. Kasia spędza wolny czas bawiąc się liczbami. Spojrzała na datę 31/12/04 ostatniego dnia bieżącego roku i utworzyła z niej liczbę sześciocyfrową 311204. Potem wyszukiwała liczby całkowite dodatnie mniejsze od 311204, które w swoim zapisie cyfrowym zawierają blok 421 złożony z trzech cyfr 4, 2 i 1 występujących w podanej kolejności, jak np. w liczbach: 42154 lub 2142114. **Ile jest wszystkich liczb sześciocyfrowych, które mogła wyszukać Kasia?**

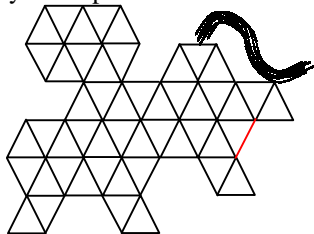
11 – Trójkąt. W trójkącie prostokątnym ABC o przyprostokątnych $CA=12\text{cm}$ i $BC=15\text{cm}$ boki zostały podzielone na trzy równe części punktami $C_1, C_2, A_1, A_2, B_1, B_2$ (rys. obok). Oblicz pole trójkąta, którego jeden bok ma długość taką jak odcinek CC_1 , drugi jak AA_1 , a trzeci jak BB_1 .



KONIEC KATEGORII C1

12 – Maszt. Na płaskim, prostokątnym dachu pewnego budynku pracownik telekomunikacji instaluje maszt w precyzyjnie wybranym miejscu. Maszt został umieszczony w tym miejscu pionowo za pomocą czterech prostoliniowych stalowych prętów biegnących od wierzchołka masztu do czterech rogów prostokątnego dachu. Dwa pręty umocowane do dwóch przeciwległych rogów dachu mają długości 10 i 11 metrów, a długość trzeciego pręta jest równa 14 metrów. **Jaką długość (w metrach) ma czwarty pręt?**

13 – Koń trojański. Figura na rysunku przedstawia konia trojańskiego. Należy tę figurę rozciąć na 3 części, z których, bez odwracania na drugą stronę, można złożyć pełny trójkąt równoboczny. Uwaga: Cięcie może przechodzić przez wnętrza małych trójkątów. W Karcie odpowiedzi zaznacz wykonane cięcia i każdą część pokoloruj inaczej.

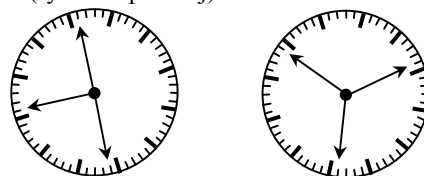


14 – Ustawianie parami. W grupie złożonej z 16 osób każda osoba ma dokładnie trzech znajomych w tej grupie. Czy zawsze można wszystkie osoby z tej grupy ustawić parami tak, aby w każdej parze znalazły się osoby, które się znają? Zakładamy, że relacja znajomości jest symetryczna, tzn. że jeśli osoba A zna osobę B, to również B zna A. W Karcie odpowiedzi wpisz TAK lub NIE, ale

w przypadku odpowiedzi NIE narysuj graf relacji znajomości w takiej grupie, czyli narysuj 16 punktów reprezentujących osoby występujące w grupie i odpowiednie linie łączące osoby, które się znają.

KONIEC KATEGORII C2

15 – Zegar. W siedzibie Klubu Miłośników Gier Logicznych znajduje się zegar, który ma trzy wskazówki. Każda wskazówka może zajmować jedną z 60 pozycji. Wskazówki nie poruszają się w sposób ciągły, lecz przeskakują z jednej pozycji na drugą. O godzinie 12:00:00 wszystkie wskazówki pokrywają się. Wskazówka sekundowa zmienia swoje położenie co sekundę, minutowa co pełną minutę, a godzinowa co pełne 12 minut. Na tarczy zegara jest 60 kresk oznaczających pełne minuty, przy czym co piąta, pogrubiona, oznacza pełne godziny. Zegar jest w remoncie. Z tarczy zdjęto liczby opisujące pełne godziny, a oryginalne wskazówki, na czas remontu, zastąpiono trzema jednakowymi. Tarcza zegara została też przypadkowo obrócona i nie wiadomo, gdzie jest godzina 12. Jednak zegar cały czas chodzi, a wskazówki poruszają się zgodnie z opisanymi wyżej zasadami. Pewnego popołudnia prezes Klubu spojrzął na zegar i zauważył, że wskazówki zegara utworzyły literę T. Po nie-całych 30 minutach ponownie spojrzął na zegar i spostrzegł, że wskazówki tworzą ze sobą kąty 120° (rysunek poniżej).



Która była godzina (z dokładnością do sekundy) w chwili, gdy prezes pierwszy raz spojrzął na zegar?

16 – Największa wartość. Liczby rzeczywiste a, b i c dobrano tak, że dla dowolnych x spełniających warunek $-1 \leq x \leq 1$ mamy nierówność $|ax^2 + bx + c| \leq 1$. **Jaką największą wartość może osiągnąć wyrażenie $|cx^2 + bx + a|$ na przedziale $[-1,1]$?**

KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Sześciiany. Ojciec ma 4 różne bursztynowe sześciiany, których długości krawędzi są liczbami całkowitymi centymetrów. Chce on podarować 2 sześciiany swojej córce i 2 sześciiany synowi. Nie wie jednak jak to zrobić, aby podział był sprawiedliwy. Na szczęście mama zauważyła, że można dać po 2 sześciiany każdemu dziecku w taki sposób, żeby suma objętości sześciianów otrzymanych przez każde z nich była taka sama. **Podać (w cm^3) tę wspólną sumę wiedząc, że chodzi o rozwiązanie możliwie najmniejsze.**

18 – Loteria. Los pewnej loterii sprzedawany w cenie 10 euro jest zdrapką o 36 polach ułożonych w kwadrat 6×6 . Wiadomo, że 6 pól zawiera liczbę „10”, 9 pól zawiera liczbę „1”, a każde z pozostałych 21 pól zawiera liczbę „0”. Gracz może zdrapywać pola według własnego uznania, tyle, ile zechce, ujawniając zawarte w nich liczby. Kiedy postanawia przerwać zdrapywanie, mnoży liczby, które odkrył (uwzględniając zera) i wygrywa tyle euro, ile wynosi otrzymany iloczyn. Zakłada się, że wszyscy gracze, którzy kupili los stosując strategię optymalną. **Statystycznie, jaki procent pieniędzy wydanych na zakup losów zostanie zwrócony graczom?** Wynik zaokrąglic do najbliższej jednej dziesiątej procenta.

KONIEC KATEGORII L2 i HC