

**XX Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych  
IV Mistrzostwa Polski w GMiL**

**Finał krajowy – I dzień      20 maja 2006**

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**;      czas - **60** minut  
**CM** : zadania o numerach od **3** do **8**;      czas - **90** minut  
**C1** : zadania o numerach od **5** do **11**;      czas - **120** minut  
**C2** : zadania o numerach od **7** do **14**;      czas - **180** minut  
**L1 i GP**: zadania o numerach od **7** do **16**;      czas - **180** min.  
**L2 i HC**: zadania o numerach od **7** do **18**;      czas - **180** min.

**WAŻNE !!!** Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

**ZADANIA**

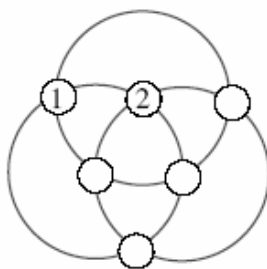
**POCZĄTEK KATEGORII CE**

**1 – Zeszyt Ady.** Do ponumerowania wszystkich stron zeszytu kolejnymi liczbami naturalnymi, zaczynając od strony 1, Ada użyła trzynaście razy cyfry 3. **Jaki jest numer ostatniej strony jej zeszytu?**

**2 – Sprawiedliwy podział.** Adaś ma 7 cukierków, Basia ma 3 cukierki, Celina 2, Darek 8 i Ewa 9 cukierków. Nauczycielka ma 21 cukierków do podziału pomiędzy pięcioro dzieci i robi to w taki sposób, aby każde z nich miało potem taką samą liczbę cukierków. **Ile cukierków ma Celina?**

**POCZĄTEK KATEGORII CM**

**3 – Sześć żetonów.** Położono 6 żetonów ponumerowanych liczbami od 1 do 6 na dużych okręgach (czyli na brzegach dużych kół). Suma numerów żetonów położonych na tym samym dużym okręgu jest zawsze taka sama. **Wstaw żetony o numerach od 3 do 6.** Jeśli jest więcej niż jedno rozwiązanie, podaj jedno z nich.



**4 – Skok w rok 2006.** Znajdź liczbę mniejszą od 2000, która powiększona o sumę swoich cyfr jest równa 2006.

**POCZĄTEK KATEGORII C1**

**5 – Kłódka z szyfrem.** Marek zabezpiecza swój nowy rower przed kradzieżą za pomocą zamykanego na kłódkę cyfrową łańcucha, który blokuje tylne koło. Kombinacja otwierająca tę kłódkę składa się z trzech różnych cyfr, z których żadna nie jest zerem. Pierwsza cyfra (czytając od lewej do prawej) jest największa, a ostatnia jest najmniejsza z nich. Wiemy ponadto, że iloczyn tych trzech cyfr jest liczbą nieparzystą, suma zaś jest kwadratem pewnej liczby naturalnej. **Jaka jest to kombinacja?** (Uwaga: np. liczba 4 jest kwadratem liczby 2, 25 zaś jest kwadratem liczby 5).

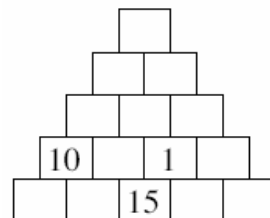
**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Liczby czterocyfrowe.** Liczba 2002 jest liczbą czterocyfrową, której suma cyfr jest równa 4. Wliczając tę liczbę, **ile jest wszystkich całkowitych dodatnich liczb czterocyfrowych, których suma cyfr jest równa 4?** Uwaga: Zapis liczby czterocyfrowej nie może zaczynać się zerem.

**POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC**

**7 – Trzy przyjaciółki.** Amelia Kot, Beata Pies i Cecylia Papuga są przyjaciółkami. Każda z nich ma jedno zwierzę: kota, psa, albo papugę, i każda z nich ma inne zwierzę. Żadna z przyjaciółek nie ma zwierzęcia, które odpowiada jej nazwisku. Gdy jedna z tych przyjaciółek odwiedza tę, która ma papugę, papuga wykrzykuje nazwę zwierzęcia towarzyszącego odwiedzającej z wyjątkiem przypadku, w którym ta nazwa jest również nazwiskiem właścicielki papugi. Dziś papuga wykrzyknęła „Kot!, Kot!“. **Podaj nazwę zwierzęcia każdej z trzech przyjaciółek.**

**8 – Piramida różnic.** W klatki tej piramidy wpisano liczby całkowite od 1 do 15 przestrzegając następującej reguły: każda liczba umieszczona w klatce ustawionej na dwóch innych klatkach jest równa różnicy liczb napisanych w tych dwóch innych klatkach (od liczby większej odejmujemy liczbę mniejszą). **Wpisz w puste klatki wymazane liczby.**



**KONIEC KATEGORII CM**

**9 – Konne miasteczko.** W pewnym miasteczku żyje 29 rodzin. Każda z nich ma albo jednego konia, albo 2 konie, albo 5 koni. Jest tyle samo rodzin mających jednego konia, ile rodzin mających 5 koni. **Jaka może być łączna, maksymalna liczba koni w tym miasteczku, a jaka minimalna?**

**10 – Sto.** Michał wstawia pomiędzy niektóre z cyfr

1 2 3 4 5 6 7

znaki „+”. Nagle zauważył, że powstała suma wynosi 100 (dwie cyfry pomiędzy którymi nie ma znaku „+” traktuje jako liczbę dwucyfrową). **Gdzie Michał wstawił znaki „+”?** Jeśli jest więcej niż jedno rozwiązanie, podaj jedno z nich.

**11 – Sadzenie drzewek.** W dwóch szkółkach zasadzono, w równoległych rzędach, 666 drzewek. W pierwszej szkółce każdy rząd ma tyle samo drzewek i liczba drzewek w rzędzie jest dwucyfrowa. W drugiej szkółce również każdy rząd ma tę samą liczbę drzewek, ale rząd drugiej szkółki ma o 6 drzewek więcej, niż rząd pierwszej szkółki. Ponadto, w obu szkółkach zasadzono tyle samo rzędów drzewek. **Ile drzewek zasadzono w drugiej szkółce.**

**KONIEC KATEGORII C1**

**12 – Ciąg kwadratów.** Ewa zbudowała ciąg liczb, którego pierwszym wyrazem jest najmniejsza liczba naturalna o sumie cyfr równej 1, drugim wyrazem jest najmniejsza liczba naturalna o sumie cyfr równej 2, itd..., k-tym wyrazem tego ciągu jest najmniejsza liczba naturalna, której suma cyfr jest równa k. Pierwszymi wyrazami ciągu Ewy są liczby: 1, 2, 3, ..., 9, 19, 29, ... . Następnie wykreśliła z tego ciągu wszystkie te liczby, które są kwadratami liczb naturalnych. Z początkowych wyrazów wyjściowego ciągu wykreśliła więc liczby: 1, 4, ... . **Podać 64-ty wyraz otrzymanego ciągu.**

**13 – Piłeczki Karola.** W pudełku jest 9 piłeczek pingpongowych ponumerowanych liczbami od 1 do 9. Karol wyciąga z pudełka 4 piłeczki. Następnie grupuje je w pary tworząc 2 liczby dwucyfrowe (na wszelkie możliwe sposoby). Dla każdej pary liczb dwucyfrowych oblicza ich iloczyn. Po rozpatrzeniu wszystkich iloczynów spostrzegł, że różnica między największym i najmniejszym iloczynem wynosi 1000. **Podaj, w karcie odpowiedzi, w kolejności rosnącej, numery piłeczek za pomocą których Karol uzyskał ten wynik i – używając tych cyfr – jego realizację.**

**14 – Gra w żetony.** W tej grze bierze udział 3 graczy. Każdy z nich zakupił pewną liczbę żetonów. Zasady tej gry są następujące: w każdym ruchu odbywa się losowanie jednego z nich. Wylosowany gracz, ze swojej puli żetonów (które ma w danym momencie), podwaja pulę żetonów każdego z pozostałych dwóch graczy (przekazuje każdemu z nich tyle żetonów, ile każdy z nich ma w danym momencie). Gra się kończy w chwili, gdy wylosowany gracz jest niewypłacalny. Podczas tej partii, wystąpiła następująca sytuacja: gracze mieli w pewnym momencie, tuż przed kolejnym losowaniem, odpowiednio następujące liczby żetonów: 8, 23 i 4. **Ile razy, co najwyżej, losowali oni podczas tej partii przed i ile, co najwyżej, po zaistniałej sytuacji?**

KONIEC KATEGORII C2

**15 – Krzyżówka liczbowa.**

W każde puste pole kwadratowej planszy 4x4 należy wpisać jedną z cyfr 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lub 9 (być może nie używając niektórych z nich) tak, aby utworzone w ten sposób liczby czterocyfrowe w 4 wierszach i 4 kolumnach spełniały warunki:

Poziomo (liczbę czytamy od lewej do prawej):

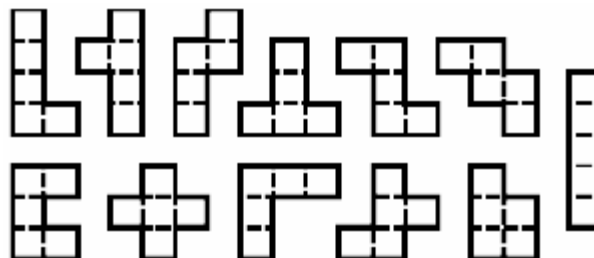
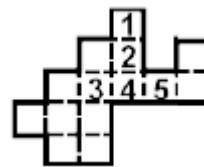
- 1 – iloczyn jej cyfr wynosi 350,
- 2 – suma jej cyfr wynosi 24,
- 3 – liczba jest wielokrotnością 4,
- 4 – liczba jest kwadratem.

Pionowo (liczbę czytamy z góry na dół):

- a – cyfry jej są kolejne i ułożone rosnąco,
- b – liczba jest potęgą 2,
- c – liczba jest wielokrotnością 3,
- d – cyfry jej są kolejne, ale nie tworzą ani ciągu rosnącego ani malejącego.

	a	b	c	d
1				
2				
3				
4				

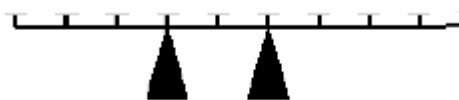
**16 – Helikopter.** Figura przedstawia helikopter. Należy go pomalować pięcioma kolorami kamuflażu oznaczonych liczbami całkowitymi od 1 do 5, po jednym i tylko jednym kolorze w polu. Każde pentamino (przedstawione poniżej), musi dać się umieścić, bez odwracania, na pięciu polach, których kolory są wszystkie różne.



Uzupełnić kolorowanie helikoptera.

KONIEC KATEGORII L1 i GP

**17 – Podwójna waga.** Dysponujecie masami całkowitymi od 1 do 10 hektogramów.



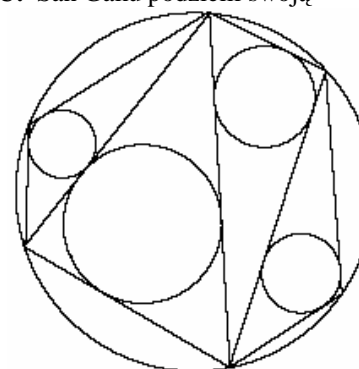
Cieżar belki wagi i szalek rozstawionych regularnie jako nieznacznik, pomijamy. Belka wagi jest ustawiona na dwóch wspornikach. Należy umieszczać wszystkie masy, w kolejności rosnącej, od 1 do 10, na szalkach podwójnej wagi i tak, by po położeniu każdej z mas waga pozostawała w równowadze. Ponadto, różnica między dwiema sąsiednimi masami musi być zawsze równa co najmniej 4 hektogramy. **Podać końcowe rozmieszczenie wszystkich dziesięciu mas.**

Poniżej przedstawiono sytuację, w której waga jest dokładnie w równowadze na prawym wsporniku.



**18 – Podział SAN GAKU.** San Gaku podzielił swoją

posiadłość między czworo swoich dzieci. Posiadłość ma kształt sześciokąta, którego suma długości dwóch kolejnych boków jest zawsze równa 149 metrów. Część



posiadłości przypadająca każdemu dziecku to trójkątna działka, do każdego boku której jest styczny kołowy basen.

Wierzchołki sześciokąta są umieszczone na kolistej drodze, której promień jest równy sumie promieni basenów. **Jaka jest największa długość boku sześciokąta po zaokrągleniu do najbliższego metra?**

W razie potrzeby przyjąć  $2,45$  dla  $\sqrt{6}$

KONIEC KATEGORII L2 i HC