

**XXI Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
V Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – I dzień 12 maja 2007

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **3** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **5** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **7** do **14**; czas - **180** minut
L1 i GP: zadania o numerach od **7** do **16**; czas - **180** min.
L2 i HC: zadania o numerach od **7** do **18**; czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

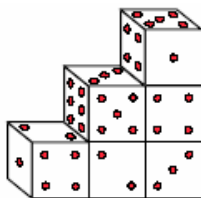
POCZĄTEK KATEGORII CE

1 – Ulubiony przedmiot. Spotyka się grupa przyjaciół: Adam, Beata, Celina i Dominik. Każdy z nich ma swój ulubiony przedmiot spośród następujących czterech: historia, matematyka, muzyka, sport, ale żaden nie ma takiego samego, ulubionego przedmiotu, jak inny.

- Adam: „Lubię matematykę“.
- Celina: „Nie lubię ani historii ani sportu“.
- Dominik: „Ja nie lubię ani muzyki ani sportu“

Jaki jest ulubiony przedmiot każdego z nich?

2 – Sześć kości. Sześć jednakowych kości do gry połączono w taki sposób, że na dwóch stykających się ze sobą ściankach powstałej konstrukcji jest zawsze taka sama liczba oczek. Przypomina się, że suma punktów na przeciwległych ściankach kostki jest zawsze równa 7. **Jaka jest suma punktów na trzech ściankach spodu** (podstawy konstrukcji)?



POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Aptekarskie rachunki. Ania mówi do swojego brata Jacka: „Mam o 37 złotych więcej niż ty!“. „Zgadza się, odpowiada Jacek, ale zwróć mi 12 złotych, które jesteś mi winna“. Ania zwraca bratu 12 złotych. **O ile złotych ma ona więcej od niego po zwrocie długu?**

4 – Gra w karty. Tomek ułożył na stole, grzbietami do góry, 32 karty do gry, po ich potasowaniu. W talii kart jest 8 kierów (w kolorze czerwonym), 8 kar (również w kolorze czerwonym), 8 pików (w kolorze czarnym) i 8 trefli (w kolorze czarnym). Następnie odwraca karty, jedna po drugiej i zatrzymuje się, gdy zobaczy co najmniej jedną kartę czerwoną i co najmniej jedną kartę czarną. **Ile wtedy będzie mieć co najwyżej odwróconych kart?**

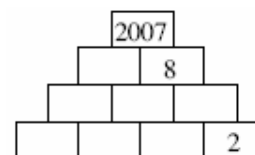
POCZĄTEK KATEGORII C1

5 – Dwa – zero – zero - siedem. Sylwia napisała wszystkie liczby czterocyfrowe używając jednej dwójki, dwóch zer i jednej siódemki. Następnie dodała wszystkie napisane liczby. **Jaki otrzymała wynik?**

Uwaga: Zapis liczby czterocyfrowej nie może nigdy zaczynać się od zera.

KONIEC KATEGORII CE

6 – Piramida roku. Na dziesięciu ceglach tej piramidy napisano różne liczby całkowite większe od zera. Gdy cegła spoczywa na dwóch innych ceglach, to liczba napisana na niej jest zawsze równa sumie liczb na dwóch ceglach, na których ona spoczywa. **Uzupełnić brakujące liczby.**



POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Zdanie prawdziwe. Chcemy uzupełnić zdanie za pomocą dwóch liczb całkowitych, różnych od zera, zapisanych cyframi.

5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10
W tej ramce jest ... liczb ściśle większych od ...

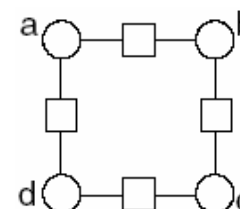
Zdanie napisane w ramce musi być prawdziwe, a suma wszystkich liczb w tej ramce musi być możliwie największa. **Jaka będzie ta suma?**

8 – Kolorowe kredki. Monika ogląda swój zapas kolorowych kredek. Kredek czerwonych ma o 2 więcej niż kredek żółtych, kredek niebieskich o 3 więcej niż kredek czerwonych i o 5 kredek zielonych więcej niż kredek niebieskich. Zauważa również, że kredek zielonych jest 6 razy więcej niż kredek żółtych. **Ile kolorowych kredek ma Monika?**

KONIEC KATEGORII CM

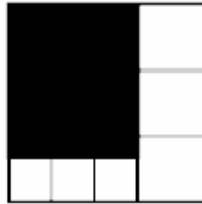
Uwaga do zadań od 9 do 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań, co nie znaczy, że nie może istnieć tylko jedno rozwiązanie.

9 – Kwadrat liczb. Wpisać 8 kolejnych liczb całkowitych dodatnich w pola figury w taki sposób, żeby każda liczba wpisana w kwadracik była sumą dwóch otaczających ją liczb. Umieścić te liczby tak, aby $a < b < d$ i $a < c$.



10 – Biegnij Poupou. Poupou i Bip-Bip biegają po linii prostej, każdy z nich stale ze stałą, swoją prędkością. Poupou jest wolniejszy od Bip-Bip'a. Pomijamy przyspieszenia. Odległość między słupami D i A wynosi 600 metrów. Po starcie, w tym samym momencie, od słupa D, Poupou znalazł się 24 metry za Bip-Bip'em, gdy ten ostatni przybył do słupa A. Jeżeli wystartują w tym samym momencie i Poupou pobiegnie od słupa D, to w jakiej odległości od słupa D będzie musiał wyruszyć Bip-Bip, aby obaj przybyli razem do słupa A ?

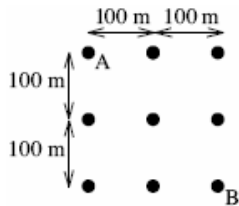
11 – Podział kwadratu. Duży kwadrat podzielono na 7 części, 6 białych kwadratów i jeden czarny prostokąt. Pole czarnego prostokąta jest równe 84 cm^2 . **Jakie jest, wyrażone w cm^2 , pole dużego kwadratu?**



KONIEC KATEGORII C1

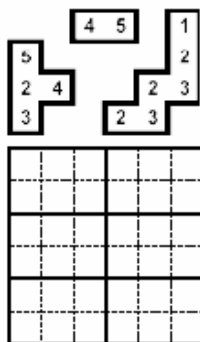
12 – Krążenie pszczołki. Pszczołka Maja wyrusza z ula A i musi odwiedzić 8 innych uli przy czym:

- zawsze musi lecieć po prostej od jednego ula do drugiego,
- nie może wstępować nigdy 2 razy do tego samego ula,
- nie może przecinać nigdy już przebytej drogi,
- i musi zakończyć swoją wędrówkę w ulu B.



Jest piękne słońce i Maja nie spieszy się zbyt. Wybiera najdłuższą z możliwych dróg. **Znaleźć długość tej drogi.** Wynik zaokrąglić do najbliższego metra. Można przyjąć $\sqrt{2} \approx 1,414$, $\sqrt{3} \approx 1,732$, $\sqrt{5} \approx 2,236$.

13 – Rozdarte sudoku. Kot Cyfrojad zjadł część rozwiązania sudoku swojej pani. Pozostały 3 kawałki diagramu, na których można rozróżnić 12 cyfr. Cyfry od 1 do 6 znajdują się w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdym prostokącie, którego boki narysowano pogrubioną linią. **Narysować kontury tych trzech kawałków na diagramie.** Uwaga: należy nanieść tylko kontury 3 kawałków bez wypełniania pozostałej części diagramu, a liczba rozwiązań dotyczy liczby możliwych ustawień tych kawałków.

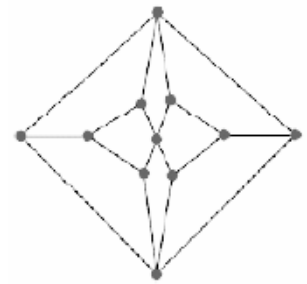


14 – Ułamek roku. Kuba, roztargniony uczeń, zamiast dodać dwa ułamki nieskracalne (o mianownikach różnych od 1) pomnożył je, ale szczęśliwym trafem otrzymał

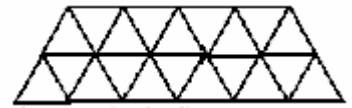
prawidłowy wynik w postaci ułamka, którego mianownik jest równy 2007. **Jaki jest licznik tego ułamka?**

KONIEC KATEGORII C2

15 – Formuła 1 w Math-City. Math-City urządza wyścig Formuły 1 w mieście, którego plan jest przedstawiony obok. Każde okrążenie musi być zamknięte i przebiegać przez wszystkie skrzyżowania, z wyjątkiem jednego, nie przechodząc przy tym dwa razy przez to samo skrzyżowanie. **Ile jest możliwych okrążeń?**

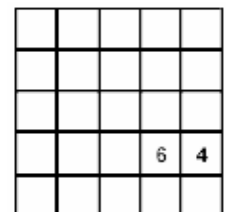


16 – Piramida Luwru. Szklane tafle piramidy Luwru są bądź jednakowymi małymi trójkątami równobocznymi bądź rombami utworzonymi z dwóch takich trójkątów. Konstruktor otrzymał zadanie umieszczenia jak największej liczby rombów i wykonał to zadanie. Piramida ma podstawę kwadratową. Jej 4 ściany zewnętrzne są dużymi trójkątami równobocznymi oszklonymi całkowicie z wyjątkiem jednego otworu na dole tylko jednej ze ścian, pośrodku jednej krawędzi, który ma kształt figury (na rysunku). **Jaka jest łączna liczba szklanych tafli piramidy, o której wiadomo, że jest możliwie najbliższa diabelskiej liczbie 666 ?**



KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Osiem dam. Umieścić 3 białe damy (○) i 5 czarnych dam (●) na planszy w taki sposób, aby każda dama nie atakowała poziomo, pionowo lub po przekątnej (pod kątem 45°) damy innego koloru. Dama nie może atakować damy poprzez inną. Na polu zajęтым przez cyfrę nie ma damy. Każda cyfra wskazuje liczbę dam, które atakują zajęte przez tę cyfrę pole.



18 – Rzymskie koło. Podczas prac archeologicznych odnaleziono drewniane, rzymskie koło. Ma ono kształt sześciokąta wypukłego o wierzchołkach ABCDEF, którego wszystkie boki są różnej długości. Cięciwy [AD], [BE] i [CF] przecinają się w jednym punkcie. Wierzchołki A, B, C, D, E i F nakładają się na niektóre z wierzchołków pewnego wielokąta foremnego. **Jaka jest, co najmniej, liczba wszystkich wierzchołków tego wielokąta foremnego?**

KONIEC KATEGORII L2 i HC

POWODZENIA!