

**XXVI Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych  
X Mistrzostwa Polski w GMiL**

**Finał krajowy – II dzień      13 maja 2012**

**CE** : zadania o numerach od **1** do **5**;      czas - **60** minut  
**CM** : zadania o numerach od **1** do **8**;      czas - **90** minut  
**C1** : zadania o numerach od **1** do **11**;      czas - **120** minut  
**C2** : zadania o numerach od **1** do **14**;      czas - **180** minut  
**L1 i GP**: zadania o numerach od **1** do **16**;      czas - **180** min.  
**L2 i HC**: zadania o numerach od **1** do **18**;      czas - **180** min.

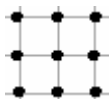
**WAŻNE !!!** Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

**ZADANIA**

**POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII**

**1 – Drogi.** Ile jest dróg prostoliniowych, różnej długości, łączących punkty siatki?



**2 – Sto metrów.** Pan Jakub i jego syn Jaś trzymając się za ręce przeszli razem 100 metrów. Ojciec zrobił 125 dużych kroków. Syn zauważył, że robił 8 małych kroków kiedy jego ojciec robił 5 dużych kroków. **Jaka jest długość, w centymetrach, małego kroku Jasia?**

**3 – Trzech synów.** W tej rodzinie jest trzech synów. Wiek każdego z nich wyraża się liczbą całkowitą. Iloczyn ich lat wynosi 18, zaś za rok iloczyn ich lat będzie równy 60. **Podaj obecny wiek każdego z chłopców.** W karcie odpowiedzi wpisać te 3 liczby w kolejności rosnącej pisząc je od lewej do prawej.

**4 – Dziwny konkurs.** W pewnym konkursie matematycznym na nagrody przeznaczono 4000 zł. Wysokość pierwszej nagrody wynosi 400 zł, drugiej – 300 zł, a pozostała kwota została podzielona po równo między pozostałych uczestników konkursu. Rzecz niesłychana! Zdobywca trzeciego miejsca otrzymał większą nagrodę niż zdobywca drugiego miejsca. **Ilu było, co najwyżej, wszystkich uczestników tego konkursu?**

**5 – Przez 13 i 11.** Przedstawić liczbę **316** w postaci sumy dwóch liczb całkowitych dodatnich, z których jedna jest podzielna przez 13, a druga przez 11.

**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Pies.** Ala i Ola znajdują się w odległości 2 km od siebie. Startują w tej samej chwili i zbliżają się do siebie, każda z prędkością 3 km/godz. Ich pies Bobik znajdował się pomiędzy nimi i w chwili startu dziewczynek również startuje w kierunku Ali. Gdy dobiegnie do niej, bez zbędnej zwłoki zawraca i biegnie do Oli, potem do Ali itd... biega od jednej do drugiej, cały czas z prędkością 15 km/godz. (zaniedbujemy czas nawrotów Bobika). **Jaki dystans, w kilometrach, przebiegł pies do chwili spotkania dziewczynek?**

**7 – Drużyna piłki nożnej.** Trener drużyny piłki nożnej przygląda się zawodnikom wchodzącym na boisko. Dodaje numery koszulek swoich 11-tu graczy i otrzymuje 66. Po przerwie dokonuje dwóch zmian zawodników. Gracze, których koszulki mają numery 12 i 14, zajmują miejsca piłkarzy opuszczających boisko. Trener znów dodaje numery wszystkich koszulek graczy będących na boisku i otrzymuje 86. **Jakie były numery koszulek dwóch graczy, którzy zostali zastąpieni?** Uwaga: wszyscy gracze mają różne numery koszulek i nie ma koszulki nr 0, a bramkarz ma koszulkę nr 1 i nie został zmieniony.

**8 – Koledzy.** Spotyka się trzech kolegów: Adam, Bolek i Czarek. Wśród nich jest „probus”, który zawsze mówi prawdę, jest „łgarz”, który zawsze kłamie i jest „nygus”, który może zarówno kłamać jak i mówić prawdę.

Oto ich stwierdzenia:

Adam: „Bolek to probus”.

Czarek: „Adam nie jest łgarzem”.

**Na podstawie tych stwierdzeń określ kto jest kim.**

W karcie odpowiedzi wpisać tylko pierwsze litery ich imion.

**KONIEC KATEGORII CM**

*Uwaga do zadań od 9 do 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

**9 – Cukierki.** Karol otrzymał na imieniny torbę cukierków czekoladowych. Na pytanie kolegi, ile było w torbie cukierków, odpowiedział zagadkowo: „Przypominam sobie tylko, że było ich mniej niż 100, a gdy je rozłożyłem na kupki po 2, potem po 3 i w końcu po 4, pozostawał mi za każdym razem jeden cukierek, a kiedy rozłożyłem je w kupkach po 5, nie pozostawał mi żaden. **Jaką liczbę cukierków otrzymał Karol?**

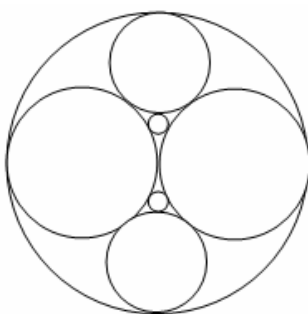
**10 - Zagadkowa liczba.** Ania pomyślała sobie pewną liczbę całkowitą dodatnią nie większą niż 3030. Jeżeli od tej liczby odjąć 6, to będzie ona podzielna przez 6, jeżeli odjąć 7, to będzie ona podzielna przez 7, jeżeli odjąć 8, to będzie podzielna przez 8, a jeżeli od liczby pomyślanej przez Anię odjąć 9, to będzie ona podzielna przez 9. **Jaką liczbę pomyślała sobie Ania?**

**11 – Koniec roku szkolnego.** W pewnym gimnazjum we Francji, gdzie ocenia się uczniów w skali od 0 do 20, średnia ocen dziewcząt jest 10, a średnia ocen chłopców jest 12, zaś ogólna średnia jest 11,28. **Ilu uczniów jest w tym gimnazjum jeśli wiadomo, że jest ich mniej niż 99?**

**KONIEC KATEGORII C1**

**12 – Gra z żetonami.** Na początku gry Paweł i Gaweł otrzymują z banku żetonów pewną, taką samą liczbę żetonów. Następnie, w pierwszym ruchu i zgodnie z zasadami tej gry, Paweł dobiera sobie 3 żetony, zaś Gaweł zwraca do banku 4 żetony. Ciekawe! W dalszym ciągu liczba żetonów Pawła jest wielokrotnością liczby żetonów Gawła. **Po ile żetonów otrzymali na początku tej gry?**

**13 - Kable.** Wewnątrz rury o przekroju kołowym i średnicy wewnętrznej 24 cm przebiega 6 kabli (patrz rysunek) mających również przekrój kołowy: najpierw dwa pierwsze kable o tym samym, możliwie największym promieniu, następnie dwa inne, jednakowe kable, również o możliwie największym promieniu i w końcu dwa identyczne cienkie kable, wciąż o możliwie największym promieniu, w przestrzeniach między czterema poprzednimi kablami. **Jaka jest średnica, w milimetrach, najcieńszego kabla?**



**14 – Dwie parcele.** Pan Tadeusz ma dwie parcele; jedną w kształcie prostokąta, której długość wyraża się liczbą całkowitą metrów i jest o 100 metrów większa od szerokości oraz drugą parcelę w kształcie trapezu, którego duża podstawa i wysokość są równe i mają długość trzy razy większą od szerokości parcelli prostokątnej. Długość małej podstawy trapezu jest liczbą całkowitą metrów większą od 13. Ponadto powierzchnie obu parcel są równe i wyrażają się liczbą nieparzystą  $m^2$ . **Jaka jest powierzchnia, w  $m^2$ , jednej parcelli?**

**KONIEC KATEGORII C2**

**15 – Ciekawy prostopadłościan.** Wymiary prostopadłościanu wyrażają się liczbami całkowitymi, a jego objętość i powierzchnia całkowita są liczbowo równe. **Jakie wymiary ma ten prostopadłościan?** Uwaga: prostopadłościan o wymiarach (a,b,c) uznajemy za identyczny (o tych samych wymiarach) z każdym innym prostopadłościanem o wymiarach a, b, c podanych w dowolnej kolejności..

W karcie odpowiedzi podać wymiary w postaci (a,b,c), gdzie ciąg a, b, c jest niemalejący.

**16 – Kolorowy sześciąt.** Marek ma pewną liczbę sześciątów tej samej wielkości. Wiadomo, że ma ich nie mniej niż 2000, ale też nie więcej niż 6000. Maluje każdy swój sześciąt bądź na niebiesko, bądź na biało, bądź na czerwono. Następnie układa je wszystkie tworząc jeden duży sześciąt. Na górnej ścianie tego sześciątu naliczył dwa razy więcej niebieskich sześciątów niż białych i tyle samo czerwonych co niebieskich i białych razem wziętych. **Ile sześciątów ma Marek?**

**KONIEC KATEGORII L1, GP**

**17 – Perły faraona.** Jeden z faraonów zgromadził bogatą kolekcję pereł. Ich liczba, powszechnie znana, uważana była za liczbę magiczną, podobnie jak jej wszystkie dzielniki, będące jedynymi innymi - oprócz niej - liczbami magicznymi. Po nagłej śmierci faraona, pięciu rabusiów włamało się do skarbcza, gdzie złożona była szkatułka z perłami i każdy z nich kolejno zabrał możliwie największą liczbę pereł będącą liczbą magiczną. Dla ostatniego rabusia pozostała, niestety, tylko jedna perła. Nazajutrz, strażnik pilnujący skarbcza odkrył włamanie i stwierdził, że w szkatułce nie ma pereł. Ten fakt bardzo go ucieszył, bo wcześniej przywłaszczył sobie pewną liczbę pereł, która nie była liczbą magiczną i stanowiła trzy procent liczby wszystkich pereł w kolekcji faraona. **Ile pereł przywłaszczył sobie nieuczciwy strażnik?**

**18 – Strażnik - arytmetyk.** Roztargniony profesor matematyki został w muzeum po jego zamknięciu. Strażnik, który zauważył obecność profesora, zwrócił mu uwagę, że nie wolno przebywać w muzeum poza godzinami otwarcia dla zwiedzających i zaproponował mu wypuszczenie „na wolność” za rozwiązanie następującej zagadki:  
„Oto liczba: 3892153. Maszyna kongruencyjna braci Carisson ustali panu migiem, że ta liczba jest równa  $1752^2 + 907^2$ , ale także jest równa  $1172^2 + 1587^2$ . Czy potrafiłby pan znaleźć dwie liczby całkowite większe od 1, których jest ona iloczynem?” Profesor, po namyśle, podał te liczby i odzyskał „wolność”. **Jakie były te dwie liczby?**

**KONIEC KATEGORII L2, HC**

**POWODZENIA !**