

# FINALE du 26<sup>e</sup> Championnat 24 sierpnia 2012

## POCZATEK WSZYSTKICH KATEGORII

### 1 – ZELAZKO DO PRASOWANIA (współczynnik 1)

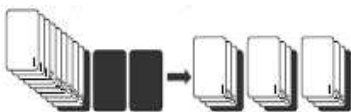
Domi umieszczył sześć kosi domina, narysowanych po lewej, na żelazku do prasowania, przedstawionym po prawej. Gdy dwie kosi domina stykają się, po jednej i po drugiej stronie krawędzi kontaktu, odpowiadające połowki kosi domina muszą nosić ten sam numer. Domi przypomina sobie tylko, że 1 i 3 są zaznaczone po prawej. **Odnaleźć dziesięć innych numerów.**



Uwaga: Orientacja numerów nie jest brana pod uwagę.

### 2 – KSEROKOPIARKA (współczynnik 2)

Phoebe własnie skserowała, w trzech egzemplarzach, trzy oryginalne strony ponumerowane od 1 do 3. Na nieszczęście zapomniała uruchomić funkcję automatycznego sortowania i otrzymała duży, nieposortowany stos. Idąc z góry do spodu tego stosu znajdujemy trzy skserowane strony ponumerowane 1, potem ponumerowane 2 i w końcu te ponumerowane 3. Ruch polega na wzięciu dowolnej liczby kartek z góry stosu (ewentualnie wszystkie kartki tego stosu) i na ich położeniu takimi jakimi są (nie zmieniając ich porządku) na innym stosie (pustym lub zawierającym już kartki). **W ilu, co najmniej, ruchach Phoebe będzie mogła otrzymać trzy małe, posortowane stosy?** W każdym z nich, od góry do spodu, musi się znajdować skserowana strona z numerem 1, potem z numerem 2 i w końcu z numerem 3.



Uwaga: Miejsce zajmowane przez mały, posortowany stos, może być tym samym miejscem dużego nieposortowanego stosu.

### 3 – FINALISCI NA PRZECHADZCE (współczynnik 3)

Z okazji finału międzynarodowych mistrzostw w grach matematycznych i logicznych 15 zagranicznych zawodników w kategorii CE skorzystało z możliwości odbycia wycieczek po Paryżu. 14-tu zwiedziło wieżę Eiffel'a, 13-u aleje Champs Elysées, 12-tu muzeum Louvre, a 11-tu la Cité des Sciences et l'Industrie. **Ilu zagranicznych zawodników, co najmniej, zwiedziło cztery miejsca?**

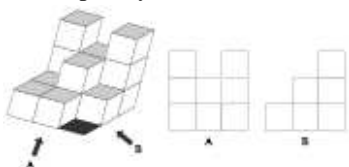
### 4 – JEDEN RZĄD PO DRUGIM (współczynnik 4)

Pierwszy rząd jest 2, 3 i 4. Aby przejść z jednego rzędu do następnego trzeba przepisać dwie liczby, nie zmieniając im kolumny i zastąpić trzecią liczbę przez sumę dwóch już przepisanych liczb. Na przykład, drugi rząd mogłoby być 2, 6, 4. W środku czwartego i ostatniego rzędu musimy mieć 13. **Wypełnijcie wszystkie puste pola.**

2	3	4
	13	

### 5 – USTAWIAJ SZESCIANY (współczynnik 5)

Układa się na stos jednakowe szesciany na kracie 3x3. Jeden stos musi pokrywać dokładnie jedno pole kraty.



Pole kraty może być puste więc można tam mieć mniej niż 9 stosów. Musi się otrzymać widoki A i B narysowane po prawej. Na przykład, można użyć 14 szescianów tworząc 8 stosów (2 z 3 szescianów, 2 z dwóch szescianów, 4 z 1 szescianu zilustrowanych po lewej). **Ilu szescianów, co najmniej, musi się użyć?**

## KONIEC KATEGORII CE

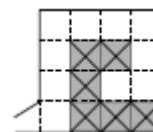
### 6 – ODGADNIJ LICZBY (współczynnik 6)

Na taśmie pięciu liczb pierwsza jest 20, a ostatnia 12. Iloczyn trzech pierwszych liczb po lewej (w tym 20) jest 360. Iloczyn trzech liczb w środku jest 90. Iloczyn trzech ostatnich po prawej (w tym 12) jest 180. **Napiszcie w pustych kratkach wszystkie brakujące liczby.**

20				12
----	--	--	--	----

### 7 – AUTO-PARKING (współczynnik 7)

Rysunek przedstawia auto-parking z wjazdem na dole po lewej, gdzie Soko wprowadza auta przedstawione jako szara kratka z krzyżykiem (inne kratki są puste). Te auta można przemieszczać do pustej, przyległej kratki w dowolnym kierunku. Kiedy Soko zakończy ustawianie aut:

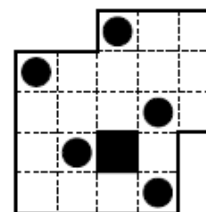


- kratka na dole na lewo musi być pusta;
- poczynając od tej kratki, musi on mieć możliwość przemieszczania się do każdej innej pustej kratki;
- musi mieć możliwość przemieszczenia do bramy każdego auta nie ruszając żadnego innego.

W podanym przykładzie, Soko zakończył ustawianie 6 aut. **Ile aut, co najwyżej, mogłoby on ustawić na tym placu?**

### 8 – 5 DRZEW DO KOŁA STAWU (współczynnik 8)

Rysunek przedstawia pole do podziału dookoła czarnej kratki, która jest oznaczeniem stawu. Każda część musi zawierać czarne kołko, które przedstawia drzewo. Wszystkie części muszą mieć taką samą powierzchnię (cztery małe kwadraty). Muszą one mieć wszystkie kształty różne jedne od drugich nawet po odwróceniu z jednej strony na drugą. **Narysujcie podział wzdłuż linii kratowania.**



## KONIEC KATEGORII CM

Zadania od 9 do 18: Uwaga! Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mających kilka rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

### 9 – ROCZNICA ROCKA (współczynnik 9)

Alice, Béatrice, Carine i Daphné tworzą grupę rockową, której organizacja zmienia się w zależności od występów. Jedna reguła, która się nigdy nie zmienia jest taka, że jeśli Alice nie gra na gitarze basowej, wtedy Carine nie gra na gitarze elektrycznej. Dzisiaj z okazji rocznicy urodzin Michel'a:

- główna wokalistka (la chanteuse principale) nie jest ani Alice ani Daphné;
- Béatrice nie gra ani na perkusji (batterie) ani na gitarze basowej (guitare basse);

- ani Alice ani Daphné nie grają na gitarze elektrycznej (guitare électrique);
- Carine nie gra na gitarze basowej i nie jest główną wokalistką.

**Co robi każda z nich?**

**10 – KWADRATY ROKU** (współczynnik 10)

Carline pisze na tablicy 2012, jest to liczba nr 1. Następnie, po kolei, zmazuje liczbe napisana na tablicy, aby ja zastapic suma kwadratow jej cyfr.

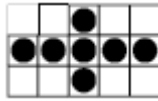
Otrzymuje ona w ten sposob:

- $4 + 0 + 1 + 4 = 9$ , liczba nr 2;
- 81, liczba nr 3;
- $64 + 1 = 65$ , liczba nr 4;
- $36 + 25 = 61$ , liczba nr 5; itd.

**Jaka bedzie liczba nr 2012 ?**

**11 – NIEPARZYSTE KRATY** (współczynnik 11)

Na kratce  $3 \times 5$  musimy ustawic nieparzysta liczbe czarnych zetonow, miedzy 5 i 15, w taki sposob, aby:



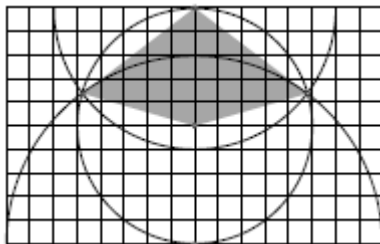
- kazde pole bylo puste albo zawieralo jeden zeton;
- w kazdym rzędzie i w kazdej kolumnie liczba zetonow byla nieparzysta (1, 3 lub 5).

**Wliczajac podany przyklad, na ile sposobow mozna to zrobic?**

**KONIEC KATEGORII C1**

**12 – TAJEMNICZY CZWOROKAT** (współczynnik 12)

Długość boku małego kwadratu regularnego kratkowania jest 1 cm. Rysunek przedstawia okrąg o promieniu 5 cm, połokrąg o promieniu 6 cm oraz inny połokrąg o promieniu 8 cm, wszystkie o środkach w wierzchołku kratkowania. **Jakie jest, w  $cm^2$ , pole czworokąta pomalowanego na szaro?**



Wierzchołki czworokąta są umieszczone:

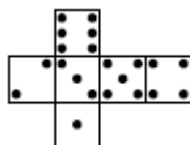
- na lewo lub na prawo, na przecięciu trzech łuków okręgu;
- na dole, w środku okręgu o promieniu 5 cm;
- na gorze, w środku połokręgu o promieniu 6 cm.

**13 – NA SKUTERZE I PIESZO** (współczynnik 13)

Momo i dwaj jego przyjaciele mają do dyspozycji dwumiejscowy skuter. Czy przewozi on jedną czy dwie osoby, będzie się zakładać, że prędkość tego pojazdu jest 36 km/h. Będzie się zakładać również, że prędkość na nogach każdej z tych trzech osób jest 4 km/h. **Aby przebyć odległość 18 km, ile czasu, co najmniej, przeznaczają Momo i jego dwaj przyjaciele?** Odpowiedź w godzinach i minutach (od 0 do 59), które, w razie potrzeby, będą zaokrąglone najbliżej.

**14 – TRÓJKATY NA KOSTCE DO GRY** (współcz. 14)

Figura przedstawia siatkę szesciennej kostki. Każde czarne kółko jest umieszczone w środku jednego z dziewięciu identycznych kwadratów, które rozcinają ściany, na której ono się znajduje. Gdy kostka jest zbudowana, wybierając czarne

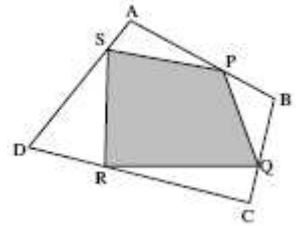


kolko na każdej z trzech ścian, które schodzą się w pewnych wierzchołkach szescianu, można utworzyć trójkąt równoboczny. **Ile trójkątów równobocznych można utworzyć w ten sposób?**

**KONIEC KATEGORII C2**

**15 – KURTUAZYJNA BANDERA** (współczynnik 15)

Na wodach terytorialnych Math-Pays statki muszą podnieść, na maszcie najbardziej z przodu, kurtuazyjną banderę przedstawioną na rysunku. Czworokąt ABCD ma pole  $100 dm^2$ . Czworokąt PQRS (szary na rysunku)



otrzymuje się umieszczając P między A i B, Q między B i C, R między C i D, S między D i A w taki sposób, żeby  $AP/AB = BQ/BC = CR/CD = DS/DA$  było liczbą wymierną (iloraz dwóch liczb całkowitych) ściśle zawarta między 0 i 1 (P jest różne od A i od B). **Jakie jest pole czworokąta PQRS jeżeli wiadomo, że jest to liczba całkowita  $dm^2$  ?**

**16 – « GUZ MATEMATYKI »** (współczynnik 16)

Epidemia « guza matematyki » nawiedza Math-Pays. Liczba chorych pierwszego dnia jest  $M(1) = 1$ , drugiego dnia  $M(2) = 14$  i trzeciego dnia  $M(3) = 43$ . Następnie, dla każdego J, co najmniej równego 4,  $M(J)$  otrzymuje się rekurencyjnie obliczając resztę z dzielenia przez 2012 (między 0 i 2011) wyrażenia  $4M(J-1) - 5M(J-2) + 2M(J-3)$ . W ten sposób  $M(4) = 104$ ,  $M(5) = 229$ ,  $M(6) = 482$ ,  $M(7) = 991$ ,  $M(8) = 0$ ,  $M(9) = 33$ , itd. **Na nieszczęście, gdyby epidemia miała trwać dłużej niż pięć i pół roku, to wtedy czym byłoby  $M(2012)$ , liczba chorych 2012-tego dnia?**

**KONIEC KATEGORII L1, GP**

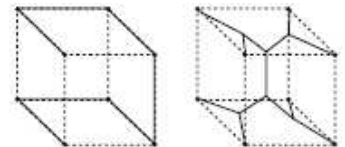
**17 – SADY ROKU** (współczynnik 17)

W Math-Région jest 2012 kwadratowych sadów, wszystkie mają różne powierzchnie, które są, w kilometrach kwadratowych, odwrotnościami liczb całkowitych od 1 do 2012. Te kwadraty są dokładnie umieszczone tuż obok siebie wzdłuż prostej drogi. **Jaka jest, w kilometrach i zaokrąglona jak najbliżej, długość tej drogi?**

Uwaga: Dwa kwadraty umieszczone tuż obok siebie nie nakładają się, mają wspólny wierzchołek gdzie jeden z dwóch mniejszych boków dochodzący tam pokrywa się z jednym z dwóch większych.

**18 – ARMATURA SZESCIANU** (współczynnik 18)

Curt wykonuje ze sztywnych segmentów armaturę dmuchanego szescianu, którego długość krawędzi jest 50 cm. Struktura ta musi być jednoczęściowa i łączyć wszystkie wierzchołki szescianu (czarne kółeczka na rysunkach). Figura po lewej ilustruje armaturę wykonaną z 7 segmentów, których suma długości jest 350 cm. Figura po prawej ilustruje armaturę wykonaną z 13 segmentów: **jaka jest, co najmniej, w cm i zaokrąglona najbliżej, suma ich długości?**



Uwaga: W razie potrzeby przyjąć  $1,732$  dla  $\sqrt{3}$ . Długości segmentów nie koniecznie muszą być takie same.

**KONIEC KATEGORII L2, HC**