

**XXX Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych  
XIV Mistrzostwa Polski w GMiL**

**Finał krajowy – II dzień      22 maja 2016**

**CE** : zadania o numerach od **1** do **5**;      czas - **60** minut  
**CM** : zadania o numerach od **1** do **8**;      czas - **90** minut  
**C1** : zadania o numerach od **1** do **11**;      czas - **120** minut  
**C2** : zadania o numerach od **1** do **14**;      czas - **180** minut  
**L1 i GP**: zadania o numerach od **1** do **16**;      czas - **180** min.  
**L2 i HC**: zadania o numerach od **1** do **18**;      czas - **180** min.

**WAŻNE !!!** Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

**ZADANIA**

**POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII**

**1 – Roztargniony Jaś.** Po powrocie ze szkoły do domu Jaś uświadomił sobie, że w odpowiedzi do jednego z zadań na sprawdzianie, w liczbie całkowitej dodatniej zapomniał wpisać cyfrę jedności. W ten sposób podana przez niego liczba była o 65 mniejsza niż poprawna odpowiedź. **Jaka liczba była poprawną odpowiedzią do tego zadania?**

**2 – Monety.** Julia bawi się monetami jednozłotowymi. Układa je w stosy po 9 sztuk i zauważa, że liczba pozostałych monet jest równa liczbie stosów. Postanawia wtedy ułożyć ze zbioru wszystkich tych monet stosy po 7 sztuk i stwierdza ponownie, że liczba pozostałych monet jest równa liczbie stosów. **Ile monet ma Julia?**

**3 – Odwracanie monet.** Masz 7 monet, które ustawiasz w rzędzie tak, żeby wszystkie miały odkryte reszki. W każdym ruchu wybierasz dwie dowolne monety leżące obok siebie i odwracasz je. **Jaka jest najmniejsza liczba ruchów w tej zabawie, po której każde dwie monety leżące obok siebie będą miały odkryte różne strony?**

**4 – Największy iloczyn.** Ania rozłożyła liczbę 12 na sumę kilku liczb całkowitych dodatnich. Następnie pomnożyła przez siebie wszystkie składniki tej sumy. **Jaka jest największa wartość jaką mogła otrzymać w wyniku tego mnożenia?**

**5 – Kosze jabłek.** Mamy dwa kosze jabłek. W każdym koszu znajduje się co najmniej jedno jabłko, ale też mniej niż 100, przy czym liczby jabłek w koszach są różne. Jabłka każdego kosza można podzielić po równo między 2, między 3 oraz między 5 dzieci, ale nie można podzielić po równo między 4 dzieci. **Ile jabłek, łącznie, jest w tych dwóch koszach?**

**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Lata oznaczone kwadratem.** Rok 2016 jest stowarzyszony z kwadratem, gdyż suma jego cyfr jest kwadratem pewnej liczby całkowitej ( $2+0+1+6=9=3\times 3=3^2$ ). **Ile lat stowarzyszonych z kwadratem, łącznie z rokiem 2016, występuje w całym XXI wieku?**

**7 – Liczba dwucyfrowa.** Ola napisała na tablicy dodatnią, dwucyfrową liczbę całkowitą. Następnie wstawiła cyfrę zero między dwie cyfry tej liczby i otrzymała liczbę trzycyfrową, która jest 9 razy większa od wyjściowej liczby dwucyfrowej. **Jaką liczbę dwucyfrową napisała Ola na tablicy?**

**8 – Kłamczuchy (Zadanie to unieważniono.** Przy podanych liczbach odpowiedzi „TAK” (15, 37, 255 i 863) i łącznej liczbie tych odpowiedzi równej 1170 jest ono wewnętrznie sprzeczne, bo z jednej strony kłamczuchów jest  $85 = (1170-1000)/2$ , a z drugiej co najwyżej  $52 = (15+37=52)$ . Jeśli zmienimy, w tym zadaniu, liczby odpowiedzi na poszczególne pytania np. na 35, 57, 235 i 843, to wtedy zadanie to ma „dobrą” treść i poprawną odpowiedzią jest liczba 85.

Paryski Kongres kłamczuchów i prawdomównych zgromadził dokładnie 1000 osób. Kłamczuch zawsze kłamie, a prawdomówny zawsze mówi prawdę. Każdy z uczestników Kongresu był matematykiem, specjalistą w jednej (i tylko w jednej) z następujących dziedzin: analiza matematyczna, algebra, geometria, topologia. Każdemu z uczestników zadano cztery pytania: czy jesteś specjalistą z analizy matematycznej; czy jesteś specjalistą z algebry; czy jesteś specjalistą z geometrii, czy jesteś specjalistą z topologii? Otrzymano następujące liczby odpowiedzi „TAK” na poszczególne pytania: 15, 37, 255 i 863. **Ilu było kłamczuchów na tym Kongresie?**

**KONIEC KATEGORII CM**

*Uwaga do zadań od 9 do 14 i do zadań: 16 i 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

**9 – Wróble.** W małej wiosce jest pięć domów, a na ich dachach siedzą sennie wróble. Jest ich łącznie mniej niż 40. Nagle, z dachu pierwszego domu przeleciał, na dach drugiego domu, jeden wróbel. Potem 2 wróble przeleciały z drugiego na trzeci dom. Następnie, z trzeciego na czwarty dom przeleciały 3 wróble, później 4 wróble przeleciały z czwartego na piąty dom. W końcu z dachu piątego domu przeleciało 5 wróbli na pierwszy dom. Nastąpiła cisza i wróble znowu zapadły w sen. Okazało się, że teraz na każdym domu jest taka sama liczba wróbli. **Podać liczbę wróbli siedzących pierwotnie, przed pierwszym przemieszczeniem, na każdym z tych domów?**

W karcie odpowiedzi podać wynik w postaci:  
( $d_1$ ;  $d_2$ ;  $d_3$ ;  $d_4$ ;  $d_5$ ), gdzie  $d_1$  – liczba wróbli na pierwszym domu,  $d_2$  – liczba wróbli na drugim domu, itd... )

**10 – Zagadka z resztami.** Przed wejściem uczniów do klasy nauczyciel napisał na tablicy jedną całkowitą dodatnią liczbę dwucyfrową i zakrył ją drugą przesuwaną tablicą. Po wejściu uczniów do klasy powiedział im o tym i zadał następującą zagadkę: moja liczba podzielona przez 3 daje resztę 2, a podzielona przez 4 daje resztę 3. **Jaką liczbę dwucyfrową napisałem?**

**11 - Zagadkowa liczba.** Darek, który lubi bawić się liczbami, wybiera dwucyfrową liczbę całkowitą dodatnią. Oblicza kolejno sumę dwóch cyfr, ich iloczyn i ich nieujemną różnicę. Potem dodaje te trzy rezultaty. Zaskoczenie! Całkowita suma jest równa wyjściowej liczbie! **Jaką liczbę wybrał Darek?**

#### KONIEC KATEGORII C1

**12 – Dzielenie.** Tomek napisał dodatnią całkowitą liczbę trzycyfrową i dzieli ją przez sumę jej cyfr. Otrzymał z dzielenia 10 i pewną resztę. **Jaką liczbę napisał Tomek?**

**13 – Mrówki.** Trzy mrówki odpoczywają na zegarze. Jedna śpi w środku zegara, druga śpi na końcu krótszej (godzinowej) wskazówki. Trzecia mrówka, która spała na końcu dłuższej (minutowej) wskazówki długości 22 cm, obudziła się dokładnie o godzinie 15.00 i natychmiast skierowała się po tej wskazówce do środka zegara poruszając się ze stałą prędkością. Do środka zegara dotarła dokładnie o godzinie 16.00. W czasie przemieszczania się mrówki po dłuższej wskazówce zauważono, że dokładnie jeden raz mrówki te wyznaczyły wierzchołki trójkąta równobocznego. **Jaką długość, w centymetrach, ma krótsza (godzinowa) wskazówka w tym zegarze?**

**14 – Kwadrat.** W każdą kratkę tablicy  $3 \times 3$  wpisano liczbę całkowitą dodatnią; wszystkie różne i w taki sposób, żeby iloczyny trzech liczb napisanych w tym samym wierszu i w tej samej kolumnie były wszystkie równe. Ponadto, największa z dziewięciu liczb całkowitych, która pojawia się w tej tablicy jest możliwie najmniejsza. **Jaki jest iloczyn trzech liczb napisanych w tym samym wierszu?**

#### KONIEC KATEGORII C2

**15 – Rachunki Mathiasa.** Mathias realizuje następujące obliczenia: bierze liczbę  $-1^2$ , potem dodaje do niej  $2^2$ , następnie odejmuje od otrzymanej właśnie liczby  $3^2$ , dodaje do ostatnio uzyskanej liczby  $4^2$ , odejmuje  $5^2$ , dodaje  $6^2$ , itd... Inaczej mówiąc, wyznacza kolejne sumy częściowe szeregu  $-1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 - 11^2 + \dots$ . Kontynuując obliczenia Mathias otrzymuje, pierwszy raz, dodatnią liczbę czterocyfrową postaci aabb. **Jaki jest ten wynik?**

**16 – Trójkąt.** Długości boków trójkąta prostokątnego wyrażają się liczbami całkowitymi centymetrów. Wpisujemy w ten trójkąt okrąg o promieniu 3 cm styczny do każdego z trzech boków. **Jakie są, w centymetrach, długości boków tego trójkąta?** W karcie odpowiedzi wypisać wymiary trójkąta, od lewej do prawej, od najmniejszej do największej liczby.

#### KONIEC KATEGORII L1, GP

**17 – Liczby Matyldy.** Matylda mnoży przez siebie trzy kolejne nieparzyste liczby całkowite dodatnie. Otrzymuje wynik, który jest najmniejszą z możliwych liczb palindromicznych, do napisania których używa się tylko dwóch cyfr. **Jaka jest najmniejsza liczba nieparzysta w wykonanym przez Matyldę mnożeniu?**

Uwaga: Liczba palindromiczna wygląda tak samo odczytywana normalnie jak i wspak, np. 646

**18 – Statystyka.** Pewien juror w Konkursie Gier Matematycznych i Logicznych przeprowadza badania statystyczne. Wziął karty odpowiedzi zawodników trzech kategorii: L1, GP i HC. Łącznie, było dokładnie 1000 kart. Obserwuje w nich zadanie nr 14. Po przejrzaniu wszystkich kart odpowiedzi sporządził na tablicy notatkę:

- dokładnie 50% kart odpowiedzi, w kategorii **L1**, ma w zad. 14 błąd,
- dokładnie 40% kart odpowiedzi, w kategorii **GP**, ma w zad. 14 błąd,
- dokładnie 10% kart odpowiedzi, w kategorii **HC**, ma w zad. 14 błąd.

Chwila nieuwagi jurora i złośliwy jego kolega zamienił, na tablicy, symbole kategorii **GP** z **HC**, tj. w powyższej notatce w miejsce symbolu GP wpisał HC, a w miejsce HC napisał symbol GP, pozostawiając cały pozostały tekst bez zmian. W ten sposób sfalszował wyniki zwiększając dwukrotnie łączną liczbę kart odpowiedzi z błędnie rozwiązaniem zadaniem nr 14. **Ile było kart odpowiedzi kategorii L1?**

#### KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !