

**XXX Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
XIV Mistrzostwa Polski w GMiL
2015/2016**

Półfinał krajowy 19 marca 2016

CE :	zadania o numerach od 1 do 5 ; czas - 60 minut
CM :	zadania o numerach od 1 do 8 ; czas - 90 minut
C1 :	zadania o numerach od 1 do 11 ; czas - 120 minut
C2 :	zadania o numerach od 1 do 14 ; czas - 180 minut
L1 i GP:	zadania o numerach od 1 do 16 ; czas - 180 minut
L2 i HC:	zadania o numerach od 1 do 18 ; czas - 180 minut

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Wieżowiec. Jaś i Zosia mieszkają w wieżowcu. Zosia mieszka 6 pięter powyżej Jasia. Jaś wychodzi ze swego mieszkania, wchodzi po schodach, aby spotkać się z Zosią w jej mieszkaniu. W połowie drogi jest on na piątym piętrze. **Na którym piętrze mieszka Zosia?**

2 – Liczby parzyste. Trzy kolejne liczby parzyste mają sumę 72. **Jaka jest najmniejsza wśród nich?** Uwaga: przykładem trzech kolejnych liczb parzystych są 6, 8 i 10, jednak ich suma nie jest równa 72.

3 – Droga do szkoły. Kiedy Matylda jedzie do szkoły autobusem, a wraca z niej na piechotę, to przemieszczanie się tam i z powrotem trwa 1 godzinę. Natomiast, jeśli ona jedzie do szkoły autobusem i wraca z niej też autobusem, to zajmuje jej to łącznie 24 minuty. **Ile czasu, w minutach, zajmie jej, łącznie, przebycie drogi do szkoły i ze szkoły na piechotę?**

4 – Gra. W tej grze każdy uczestnik ma 16 punktów na starcie i odpowiada na 16 pytań. Jeżeli odpowiedź jest dobra, wygrywa 1 punkt. Jeżeli odpowiedź jest zła, traci 1 punkt. Kasia kończy grę z dwudziestoma punktami. **Ile ona udzieliła złych odpowiedzi?**

5 – Czekolada. Dziesięć rowków (6 poziomych i 4 pionowe) dzieli tabliczkę czekolady na 35 jednakowych kostek. Łamiąc czekoladę wzdłuż rowków, a następnie otrzymane w ten sposób części (możemy uzyskać kawałki złożone z od 1 do 7 kostek), należy otrzymać, wśród uzyskanych kawałków, maksymalną liczbę kawałków składających się z co najmniej dwóch kostek. **Ile otrzymamy takich kawałków?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Sześcian. Marek ma 95 małych jednakowych sześcianów. Układa z nich, niekoniecznie z wszystkich, jeden duży i możliwie największy sześcian. **Ile pozostanie mu nieużytych małych sześcianów?**

7 – Pojemniki. Wujek Matyldy produkuje oliwę z oliwek. Wytłoczył on 223 litry oliwy i napełnił nią, do pełna, pojemniki dziesięciolitrowe i siedemnastolitrowe i nic jemu już nie zostało. **Ile pojemników dziesięciolitrowych on napełnił?**

8 - Liczba Matyldy. Matylda napisała na kartce papieru pewną liczbę całkowitą dodatnią. Mathias, dla zabawy, dopisał zero po prawej stronie cyfr napisanych przez Matyldę. Po „dopisze” Mathiasa liczba powiększyła się o 2016. **Jaka była pierwotna liczba napisana przez Matyldę?**

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań: 9, 10, 11, 14, 15, 16 oraz do zad. 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W formularzu odpowiedzi przewidziano dla tych zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9 - Sklepikarz. Pan Ignacy, sklepikarz warszawski, utargował dzisiaj 870 zł i ma całą tę kwotę w banknotach 10, 20 i 50 złotych. Ułożył wszystkie te banknoty w 3 kupki: jedna tylko z banknotów 10 złotych, inna tylko z 20 złotych i kolejna tylko z banknotów 50 złotych. Określił liczbę banknotów w każdej kupce, następnie ustawił kupki wg rosnącej liczby banknotów i okazało się, że liczby banknotów w tych 3 kupkach są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi. **Ile miał banknotów 20 złotych?**

10 – Liczba Franka. Franek napisał całkowitą, dodatnią liczbę dwucyfrową. Okazało się, że najmniejszy jej dzielnik, większy od jedności, jest równy sumie jej cyfr. **Jaką liczbę dwucyfrową napisał Franek?**

11 – Prostopadłościan. Mathias zbudował z 18 jednakowych sześcianów o krawędzi 5 cm prostopadłościan, którego jedna krawędź ma długość 15 cm. **Jaka jest, w cm^2 , powierzchnia całkowita tego prostopadłościanu?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Największy iloczyn. Ola, używając jeden raz każdej z cyfr 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 utworzyła dwie liczby pięciocyfrowe takie, że ich iloczyn był największy z możliwych. Następnie od większej liczby odjęła liczbę mniejszą. **Jaki jest wynik tego odejmowania?**

13 – Zmodyfikowany prostokąt. Zmniejszono długość prostokąta o pewną liczbę całkowitą procentów i zwiększono jego szerokość o taką samą liczbę całkowitą procentów. Po tych modyfikacjach pole prostokąta zmalało o mniej niż 2%. **Jaka była, co najwyżej, liczba procentów zmniejszenia długości i powiększenia szerokości prostokąta?**

14 – Dwie liczby. Liczby a oraz b są dwiema liczbami całkowitymi dodatnimi. Wśród czterech stwierdzeń:

- $a+1$ dzieli się przez b ;
- $a = 2b+5$;
- $a+b$ dzieli się przez 3;
- $a+7b$ jest liczbą pierwszą,

trzy są prawdziwe, a jedno jest fałszywe. **Jaki jest iloczyn liczb a i b ?**

KONIEC KATEGORII C2

15 – Trzy liczby pierwsze. Tomek napisał na tablicy trzy liczby pierwsze. Okazało się, że iloczyn tych trzech liczb jest równy 11 razy ich suma. **Ile wynosi suma trzech liczb pierwszych napisanych pierwotnie przez Tomka?** Uwaga: przypomina się, że liczbą pierwszą nazywamy liczbę naturalną większą od 1 mającą dokładnie dwa dzielniki: 1 i nią samą.

16 – Urodziny. Darek, Jarek i Marek obchodzą dzisiaj wspólnie urodziny, chociaż każdy z nich urodził się w innym roku. Darek, najmłodszy w tej trójce, ma o 4 lata mniej niż Marek, najstarszy w tej trójce. Obliczają, dla zabawy, sumę trzech liczb określających ich wiek, a następnie do otrzymanego wyniku dodają trzy różne liczby, z których każda jest sumą lat jednej z trzech par solenizantów tej trójki. Otrzymałą po tych wszystkich operacjach liczbę dzielą następnie przez sumę trzech dodatnich różnic swoich lat uwzględniając każdą z trzech par solenizantów. Ze zdziwieniem spostrzegają, że otrzymali liczbę lat Marka. **Ile lat ma dzisiaj Marek?**

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Ścieranie gąbką. Na dużej tablicy napisano wszystkie liczby naturalne od 1 do 2016: 1, 2, ..., 2016. Najpierw ścieramy wszystkie liczby nieparzyste. Potem, z pozostałych liczb, ścieramy wszystkie liczby usytuowane na pozycji parzystej (drugą, czwartą, szóstą, itd... z pozostałych na tablicy liczb). Następnie ścieramy znowu liczby usytuowane na pozycji nieparzystej (pierwszą, trzecią, piątą, itd... z pozostałych liczb) i kontynuujemy ten proces ścierając na przemian liczby, wśród pozostających, na pozycji parzystej oraz te na pozycji nieparzystej aż do momentu, w którym pozostanie tylko jedna liczba. **Jaka to będzie liczba?**

18 – Graniastosłup. Graniastosłup prawidłowy z drzewa ma podstawy będące sześciokątami foremnymi, których każda z dwunastu krawędzi ma długość 5 cm. Graniastosłup ten spoczywa na jednej ze swoich podstaw. Mrówka wyrusza z wierzchołka dolnej podstawy i kieruje się, po powierzchni graniastosłupa, do wierzchołka górnej podstawy takiego, że wierzchołek wymarszu i wierzchołek przybycia są usytuowane na końcach najdłuższej przekątnej graniastosłupa. Mrówka może przebyć minimalną odległość wybierając cztery różne drogi. **Jaka jest wysokość graniastosłupa?** W razie potrzeby przyjąć 1,732 dla $\sqrt{3}$ i podać wynik, w milimetrach, zaokrąglony do najbliższego milimetra.

KONIEC KATEGORII L2, HC

Powodzenia!